

Gép és szerkezeti elemek

Rugók

Borbás Lajos
Prof. Emeritus

A rugók olyan gépelemek, amelyek terhelés hatására **célirányos alakváltozást valósítanak meg**, majd a terhelés megszűnésekor eredeti alakjukat veszik fel ismét.

Általában **kis erőváltozásnál is relatíve nagy alakváltozásra képesek**, amit megfelelő kialakítással anyagválasztással érünk el.

E tulajdonságaik alapján **fő funkcióik a rugalmas kötések, támasztások (erőbevezetések) megvalósítása, potenciális energia tárolása, kinematikai energia átalakítása.**

Rugalmas kötésekre példa adott, **beállítható előfeszítés fenntartása** csavarkötésben vagy ágyazásokban, erőzáró tengelykapcsolókban.

Nagy alakváltozási képességük következtében **alkalmasak kopásból adódó erőcsökkenés kompenzálására** (pl. erőzáró tengelykapcsolóban, tömítésekben).

Rugalmas tulajdonságaik megfelelő megválasztásával **lengő rendszerek elhangolására**, rezgés szigetelésére (pl. gépalapok) alkalmazhatók.

Relatív **nagy energiatároló képességük** következtében alkalmasak mozgó gépelemek eredeti helyzetének visszaállítására (pl. motor szelepek, visszacsapó szelepek, stb.).

Nagy alakváltozási képességük folytán alkalmasak ütközési (lökési) energia nagyobb elmozdulással (kisebb erővel) való felvételére (pl. jármű-rugózások), megfelelő csillapítás esetén az energia hővé alakítására (pl. gumirugók).

Az alkalmazott igénybevételtől függően beszélhetünk:

húzás-nyomásra,
hajlításra,
nyírásra,
csavarásra igénybevett rugókról.

További osztályozás lehetséges 04

kialakításuk szerint (tekercs, lap, tányér, stb.),
anyaguk szerint (fém, gumi), illetve
működési elvük szerint (mechanikus, hidraulikus, pneumatikus).

További **osztályozás lehetséges kialakításuk szerint** (tekercs, lap, tányér, stb.), anyaguk szerint (fém, gumi), illetve működési elvük szerint (mechanikus, hidraulikus, pneumatikus).

A rugók **alapvető funkciójuk következtében jellemzően időben változó terhelésűek**, amit méretezésüknél figyelembe kell venni.

Amennyiben a terhelésváltozás várható **ciklusszáma $n < 10^4$** , időben állandó **terhelési modell alapján méretezhetünk**, a statikus határállapot jellemzők figyelembevételével.

Nagyobb ciklusszámok esetén (millió igénybevételi szám), az üzemi terhelésekből kiindulva határozhatjuk meg az alkalmazandó terhelési modell paramétereit, az ébredő igénybevételek jellemzőit. A méretezés **ebben az esetben a váltakozó igénybevételre érvényes határállapot (kifáradási) jellemzők alapján** történhet.

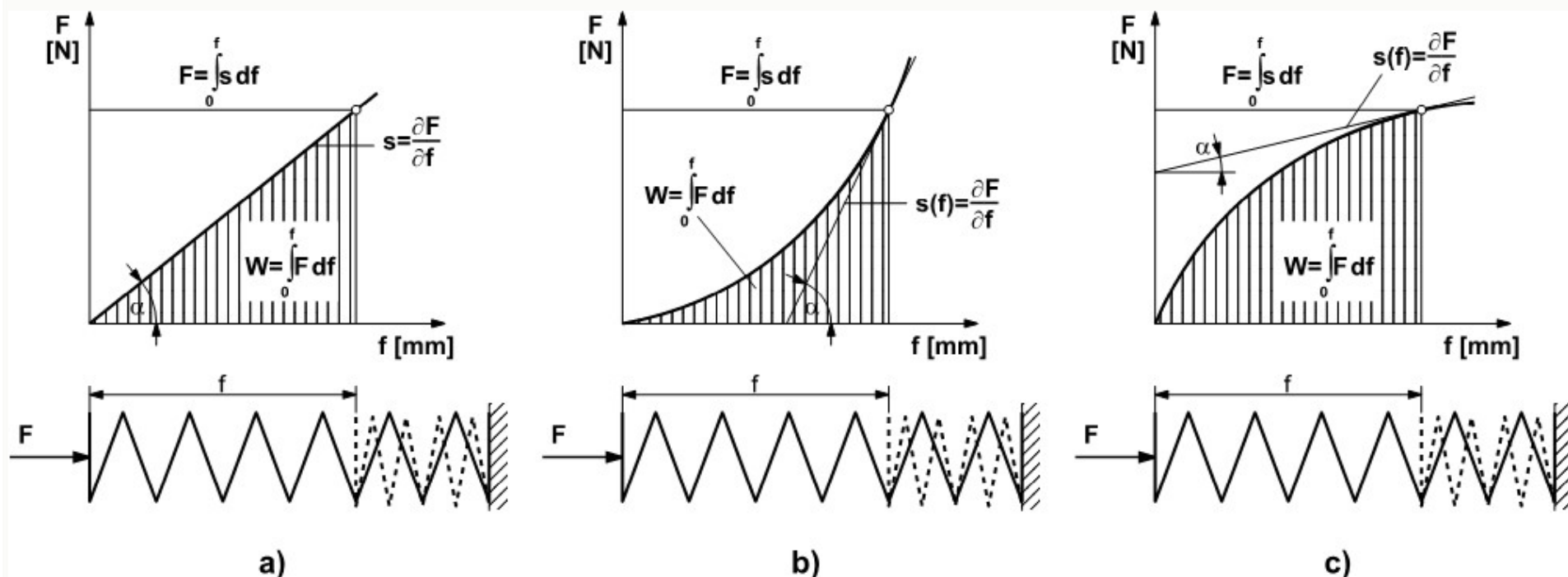
Az általában magas műszaki és minőségi, sok esetben anyaguk tekintetében is speciális követelményeknek megfelelő rugók előállítására különleges technológiai, gyártási, stb. ismereteket követel. Ezért ezeket jobbra erre szakosodott szakcégek állítják elő, így a méretezési alapadat tekintetében – a vonatkozó szabványok mellett – célszerű a gyártóműi adatokra támaszkodni.

Rugókarakterisztika

A rugók terhelési állapotát három mennyiség, nevezetesen a **terhelő erő** (F), a **deformáció** (f), valamint a benne **tárolt energia** (W) határozza meg.

Kapcsolatuk a **rugókarakterisztikán** keresztül értelmezhető.

A külső erő (F) alkalmazására adott válaszfüggvény (f) tekintetében beszélhetünk **lineáris** (a), **progresszív** (keményedő) (b), valamint **degresszív** (lágyló) (c) típusú rugókarakterisztikákról (1.4.1. ábra). Torziós rugók esetén az alkalmazott csavaró nyomaték (T_{cs}) kerül ábrázolásra a **szögelfordulás** (ϕ) függvényében.



A rugókarakterisztika a rugók általános viselkedésének leírására használt ábrázolás. A terhelés-deformáció kapcsolatát a rugómerevség fejezi ki (a rugókarakterisztika egy vizsgált tetszőleges P pontjához húzott érintő iránytangense, $\text{tg}\alpha$, 1.4.1. ábra).

A rugómerevség az egységnyi deformáció (vagy szög-deformáció) megvalósításához kifejtendő erő (vagy nyomaték), az alábbi összefüggés szerint:

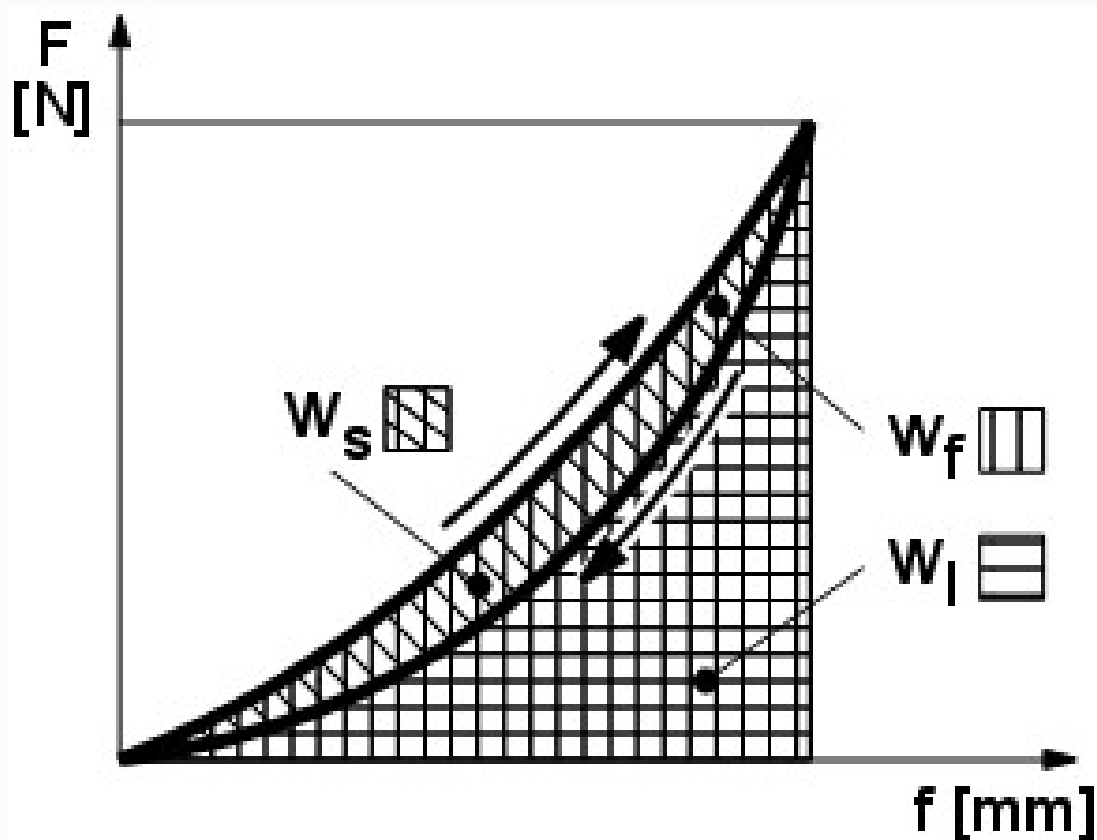
$$s(f) = \frac{\delta F}{\delta f} [\text{N} / \text{m}] \text{ ill. } s_T(\varphi) = \frac{\delta T}{\delta \varphi} [\text{Nm} / \text{rad}]$$

A rugómerevség reciproka a rugóállandó, jelölése c .

A rugóban külső terhelés hatására az alábbi energiamennyiség halmozódik fel:

$$W = \int_0^f F df [\text{Nm}] \text{ ill. } W = \int_0^\varphi T d\varphi [\text{Nm}]$$

Amennyiben egy rugó **terheléséhez szükséges energia nagyobb, mint annak leterhelésekor visszanyert értéke**, az alkalmazott rugó hiszteréziséről, vagy veszteségéről beszélhetünk. A veszteség oka anyagi természetű (anyagcsillapítás), vagy szerkezeti kialakításból (rugórendszerek esetén a súrlódási erő alkalmazásán alapulva) következő lehet. A felterheléshez szükséges (W_f), illetőleg a leterhelésnél visszanyert (W_l) energia különbségét veszteségi energiának (W_s) hívjuk (erő-deformáció koordináta rendszerben a vonatkozó két görbe alatti terület különbsége, 1.4.2. ábra).



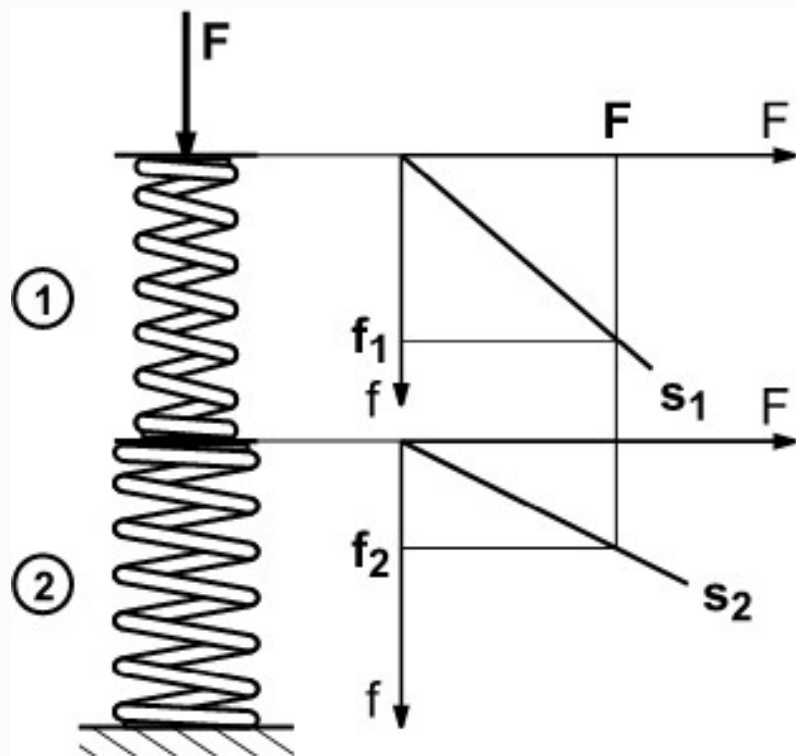
Külső terhelés tekintetében (erőbevezetés valamint megtámasztás a rugó szabad végein keresztül történik) megkülönböztetünk húzásra, nyomásra, hajlításra, nyírásra valamint csavarásra igénybevett rugókat.

A rugók **terhelésénél elképzelhető még az un. közbülső terhelés esete**, amikor is a rugót nem csak szabad végein keresztül, hanem pl. egy csavarrugó esetében belső menetein át is terheljük.

Azon esetekben, amikor a rugók terhelése szabad végein közvetlenül nem valósítható meg, áttételes terhelésről (pl. alkalmasan megválasztott lejtőn keresztül történő terhelés) beszélhetünk.

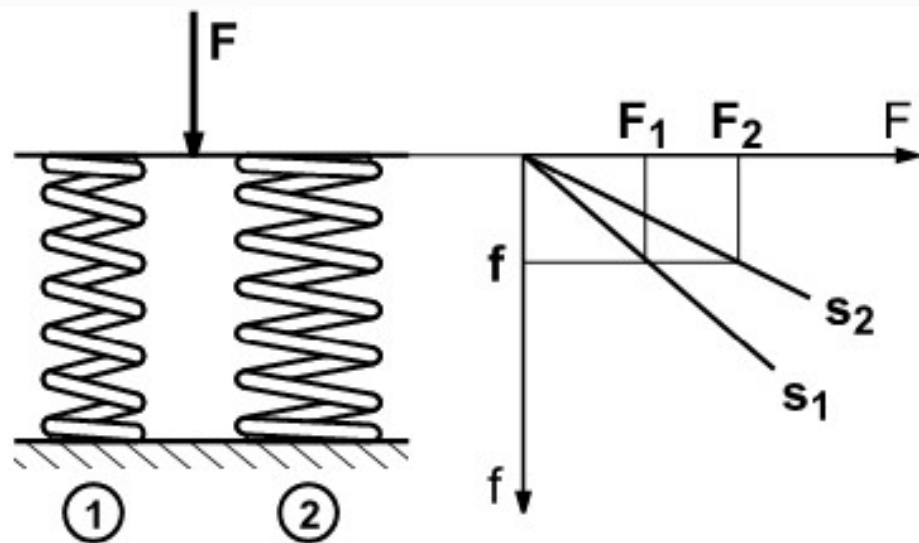
Több rugó különböző módon történő kapcsolásából (soros, párhuzamos, vagy ezek vegyes kombinációja) rugórendszereket állíthatunk össze.

Amennyiben **több összekapcsolt rugó** esetén azok **azonos külső erővel** terheltek, **soros** rendszerről beszélünk. (1.4.3. ábra, a.)), míg **ha az összekapcsolt rugók deformációja azonos, párhuzamos** rendszerről beszélünk (1.4.3. ábra, b.))



$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}$$

a)



$$s = s_1 + s_2$$

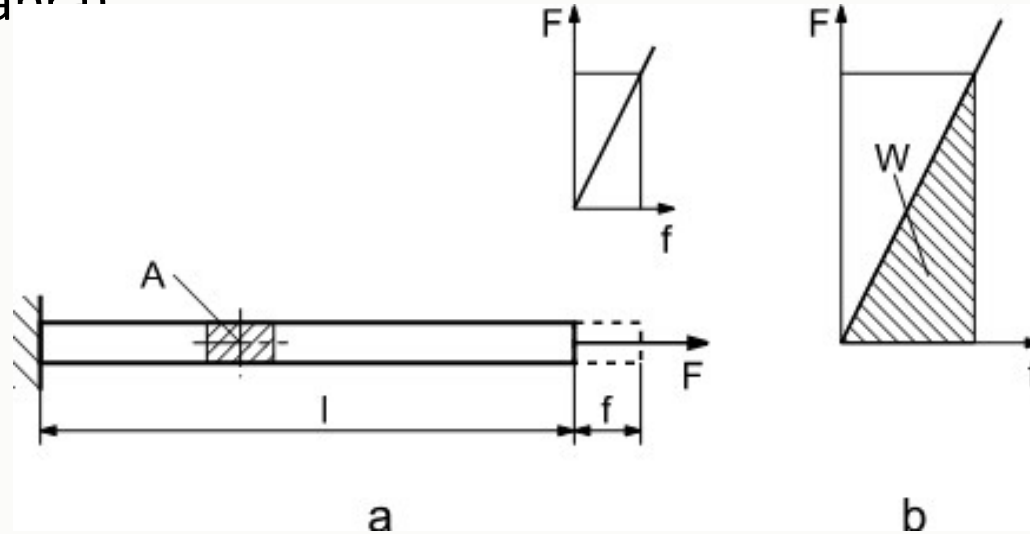
b)

Rugók kapcsolása a.) soros, b.) párhuzamos

Fémrugók osztályozása

Rúdrugó

A fémrugók legegyszerűbb típusa a húzó-nyomó igénybevétellel terhelt rúdrugó (1.4.4. ábra)



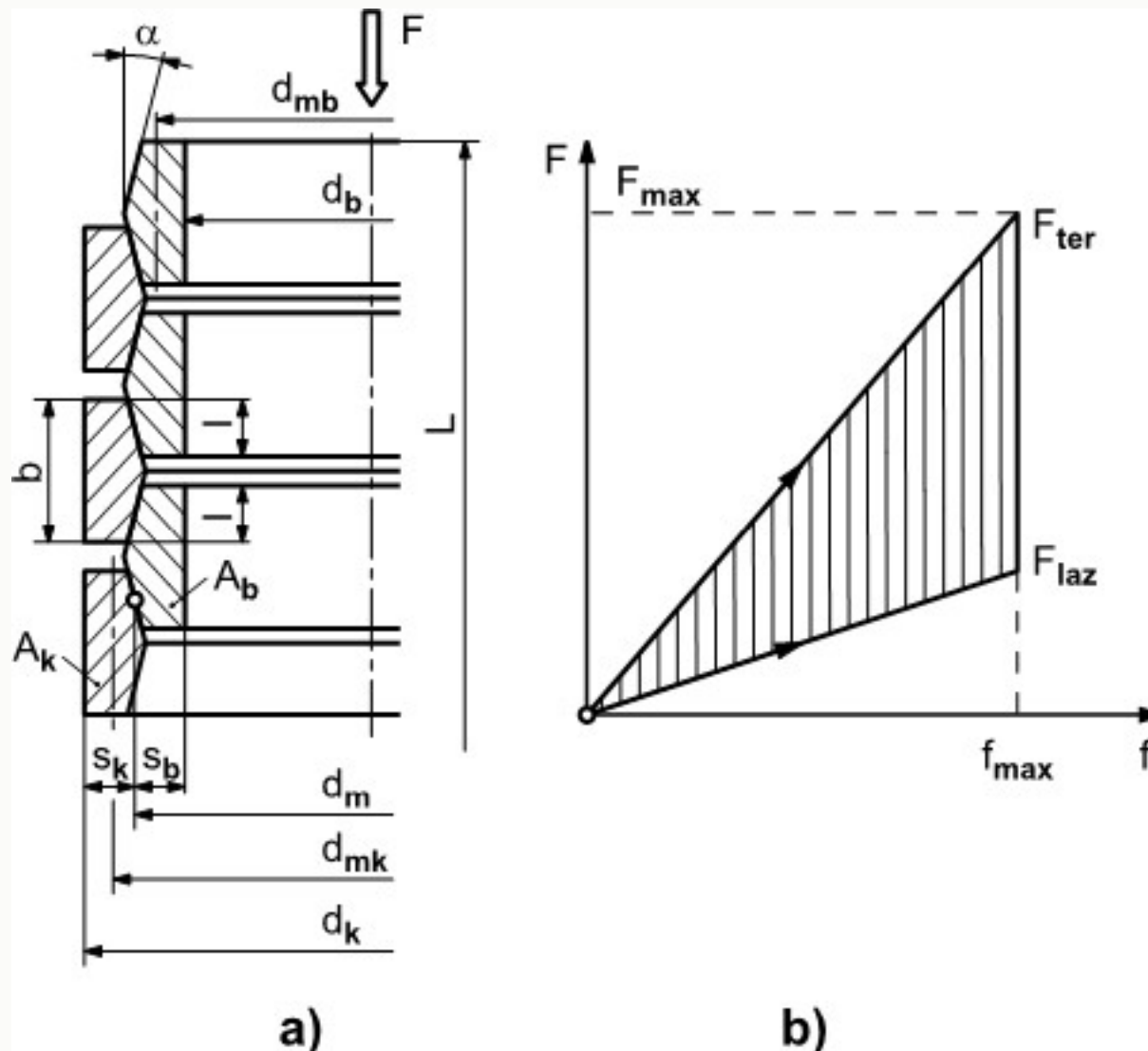
Állandó keresztmetszetű kialakítás esetén, az erő – deformáció görbe lineáris szakaszán terhelve:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_{\text{hz}}}{E} \quad f = \frac{F \cdot l}{A \cdot E} \quad W = \frac{1}{2} F \cdot f = \frac{1}{2} \sigma_{\text{hz}} \cdot A \frac{\sigma_{\text{hz}} \cdot l}{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{E} \sigma_{\text{hz}}^2$$

Fajlagos energiátároló képesség tekintetében (térfogategységre vonatkoztatott energia: W/V) az a típus biztosítja a legkedvezőbb értéket (a teljes rugókeresztmetszetben azonos feszültség ébred). Szerkezeti megvalósíthatósága azonban korlátozott, tekintettel a megfelelő rugómerevség (s) érdekében alkalmazandó nagy szerkezeti hosszúságra (l).

Gyűrűs rugó

Több tagból álló, egymáshoz külső, illetve belső zárt kúpfelületeken kapcsolódó rugóoszlop a gyűrűs rugó (1.4.5. ábra).



A külső terhelés hatására a külső gyűrűben húzó feszültség, míg a belső gyűrűben nyomó feszültség alakul ki. A külső terhelés hatására a gyűrűk egymásba csúsznak. A visszarugózás feltétele (önzárás elkerülése), hogy a gyűrűk kúpszöge (α , gyakorlatban $\alpha=12^\circ \dots 15^\circ$) nagyobb legyen a súrlódási félkúpszögnél (ρ , gyakorlatban $\rho=7^\circ \dots 9^\circ$).

A lazító és a terhelő erő közötti kapcsolat:

$$F_{\text{laz}} = F_{\text{terh}} \cdot \frac{\tan(\alpha - \rho)}{\tan(\alpha + \rho)} \quad F_{\text{terh}} = \frac{2\pi \cdot b \cdot f \cdot E \cdot \tan \alpha \cdot \tan(\alpha + \rho)}{n \cdot \left(\frac{d_k}{s_k} + \frac{d_b}{s_b} \right)}$$

A rugóoszlop deformációja

$$f = n \cdot \left(\frac{d_{mk} \cdot \sigma_h + d_{mb} \cdot \sigma_{ny}}{2 \cdot E \cdot \tan \alpha} \right)$$

Húzófeszültség a külső gyűrűben

$$\sigma_h = \frac{F_{\text{terh}}}{A_k \cdot \pi \cdot \tan(\alpha + \rho)}$$

Nyomófeszültség a belső gyűrűben

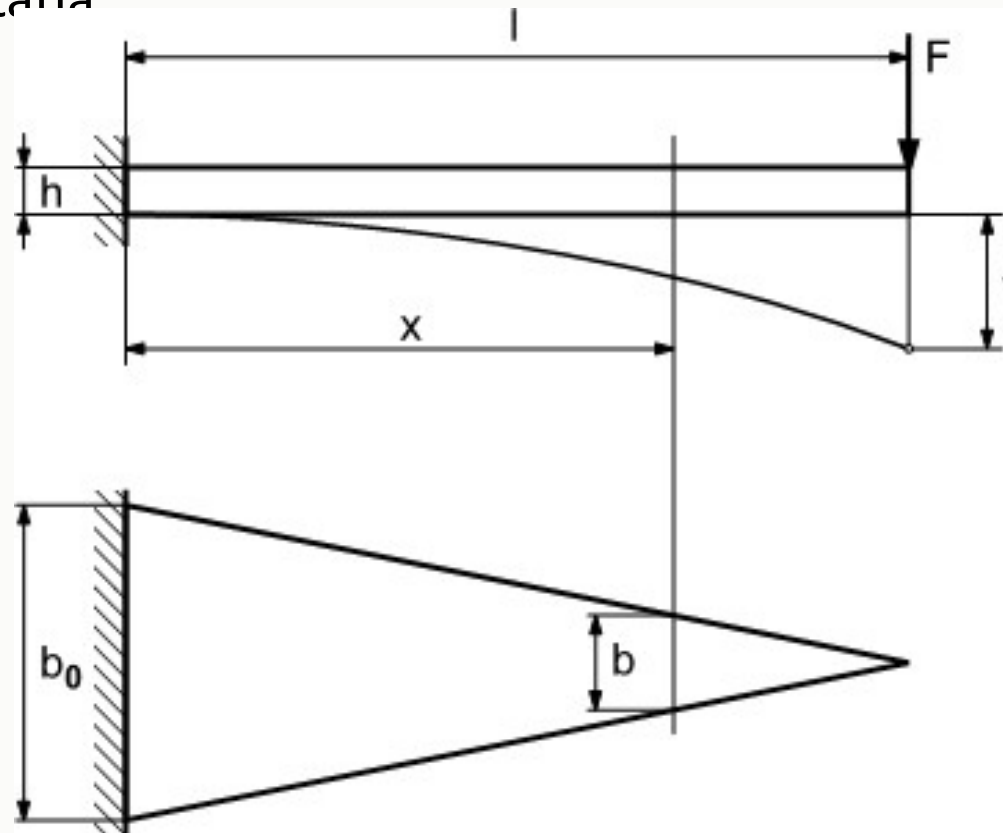
$$\sigma_{ny} = \frac{F_{\text{terh}}}{A_b \cdot \pi \cdot \tan(\alpha + \rho)}$$

Hajlításra terhelt rugók

Hajlításra terhelt rugótípusok a különböző laprugók, a spirálrugók, valamint a tányérrugók.

Ezen típusú rugóknál a kihasználtság energia tároló képesség tekintetében kisebb, mint a húzásra igénybeveteknél, mivel a maximális feszültség a hajlító igénybevétel során csak a tartó szélső szálában keletkezik.

A hajlított tartók speciális esete az egyenszilárdságú laprugó, elvi modelljét az 1.4.6. ábra mutatja



Az F erővel terhelt tartó x keresztmetszetének nyomatéka

$$M = (1 - x) \cdot F$$

Az állandó magasságú ($h = \text{constans}$) egyenszilárdságú tartó szélességi méretének meghatározásához (az 1.4.6. ábra szerinti tartóalaknál) a nyomatéki egyenletből kiindulva kapjuk:

$$\frac{M}{IE} = \frac{M_0}{I_0 E}$$

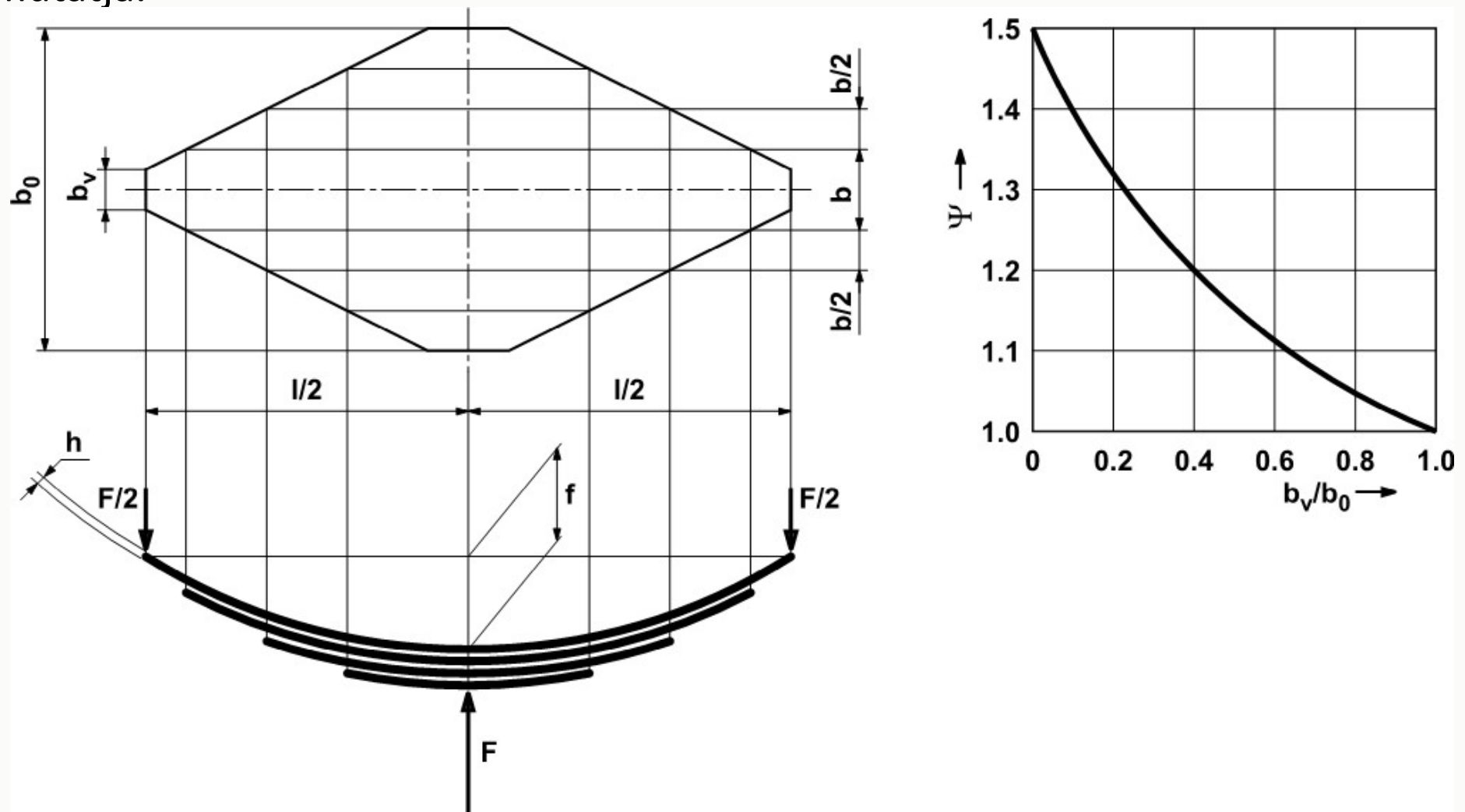
$$\frac{12 \cdot F \cdot (1 - x)}{b \cdot h^3} = \frac{12 \cdot F \cdot l}{b_0 \cdot h^3}$$

$$\sigma_{hj} = \frac{F \cdot l}{K}$$

$$K = \frac{b_0 \cdot h^2}{6}$$

$$f = \frac{6 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot h^3 \cdot b_0}$$

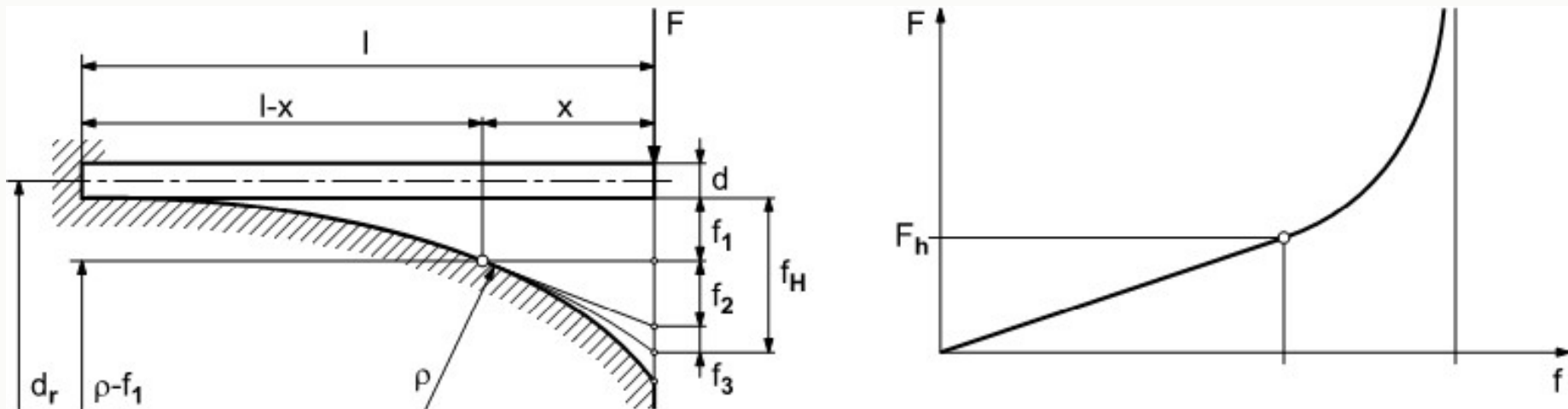
A közel egyenszilárdságú laprugó gyakorlati megvalósítására a járműiparban számos példát találunk, az elv többrétegű, változó hosszúságú, de állandó szélességű rugóelemek összeépítésével történő megvalósításával. A többrétegű trapézrugó megvalósításának elvi megoldását az 1.4.7. ábra mutatja.



$$F = \frac{2}{3} \cdot \frac{b_0 \cdot h^2}{1} \cdot \sigma_{hj}$$

$$f = \Psi \cdot \frac{F \cdot l^3}{4 \cdot E \cdot b_0 \cdot h^3}$$

A hajlított laprugó különleges esetének tekinthető a **kényszerpályára hajlított rugó (tartó)**, melynek modelljét a 1.4.8. ábra mutatja.



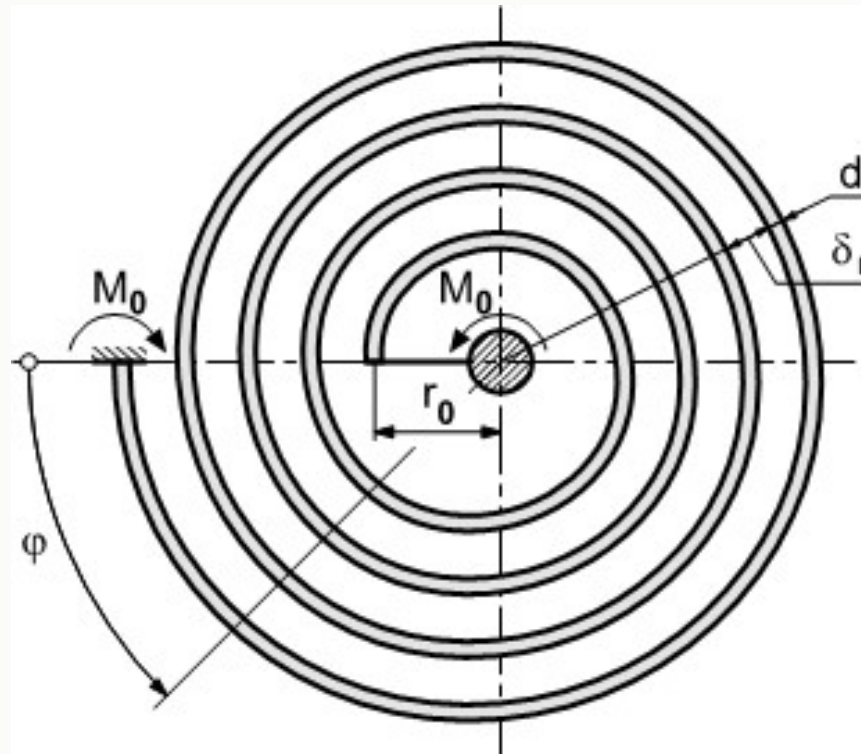
$$f_H = f_1 + f_2 + f_3 = \frac{(1-x)^2}{2\rho} + \frac{x(1-x)}{\rho} + F \cdot \frac{x^3}{3 \cdot I_{hj} E}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_{hj}}{I_{hj} \cdot E}$$

$$\sigma_{hj} = \frac{M_{hj}}{K_{hj}}$$

$$x = \frac{I_{hj} E}{\rho \cdot F}$$

Egy síkban, spirálvonal mentén tekercselt menet kialakítású rugó a **nyomatékterhelésű spirálrugó** (1.4.9. ábra).

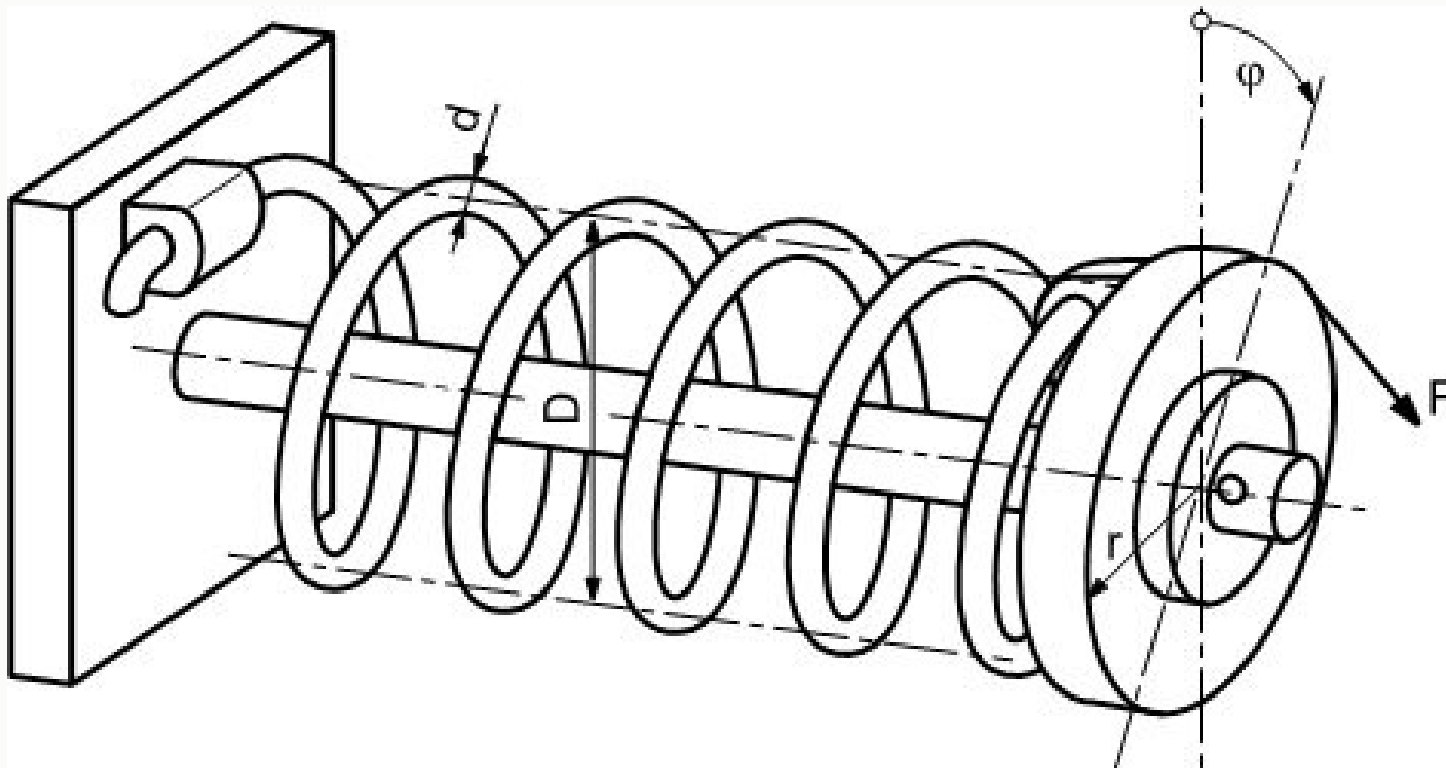


$$M_{hj} = \frac{M_0}{K_{hj}} \quad \varphi = \frac{M_0 \cdot l}{E \cdot I_{hj}} \quad l \cong 2\pi \cdot n \left[r_0 + \frac{1}{2} n(d + \delta_r) \right]$$

A nyomatékterhelésű rugók egy másik, szokásosan alkalmazott típusa a **hengerpalástra tekercselt forgató csavarrugó** (1.4.10. ábra).

A rugót terhelő hajlító nyomaték a rugó minden keresztmetszetében azonos hajlító feszültséget indukál, így ez a görbe tartó egyenszilárdságú rugóként viselkedik. A hajlító feszültség a rugóvéget terhelő erő, valamint a rugó geometriai adatainak ismeretében számítható.

A hajlító nyomaték az 1.4.10. ábra jelöléseinek alkalmazásával:



A **tányérrugók** karakterisztikája a rugó szerkezeti magassága (h) és rugó vastagsági mérete (v) arányának függvényében változtatható. (Nagy tányérrugó magasság esetén a tányérrugó átbillenésekor – h negatív tartománya - az egyensúlyi állapot fenntartásához szükséges erő előjelet vált.) A rugók beépítésénél ügyelni kell arra, hogy a legnagyobb deformáció a 0,75h értéknél ne legyen nagyobb.

Tekintettel a tányérrugók összetett igénybevételére, számítási összefüggéseik egyszerűen nem adhatók meg.

A tányérrugóban ébredő legnagyobb nyomófeszültség a d_0 átmérőjű helyen:

$$\sigma_{ny} = \frac{4 \cdot E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{1}{\alpha(d/v)^2} \cdot \frac{f}{v} \left[\beta \left(\frac{h}{v} - 0,5 \frac{f}{v} \right) + \gamma \right]$$

$$F = \frac{4 \cdot E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{v^2}{\alpha(d/v)^2} \cdot \frac{f}{v} \left[\beta \left(\frac{h}{v} - \frac{f}{v} \right) \cdot \left(\frac{h}{v} - 0,5 \frac{f}{v} \right) + 1 \right]$$

$$s = \frac{4 \cdot E}{1 - \nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha(d/\nu)^2} \left[\left(\frac{h}{\nu} \right)^2 - 3 \frac{h}{\nu} \cdot \frac{f}{\nu} + 1,5 \left(\frac{f}{\nu} \right)^2 + 1 \right]$$

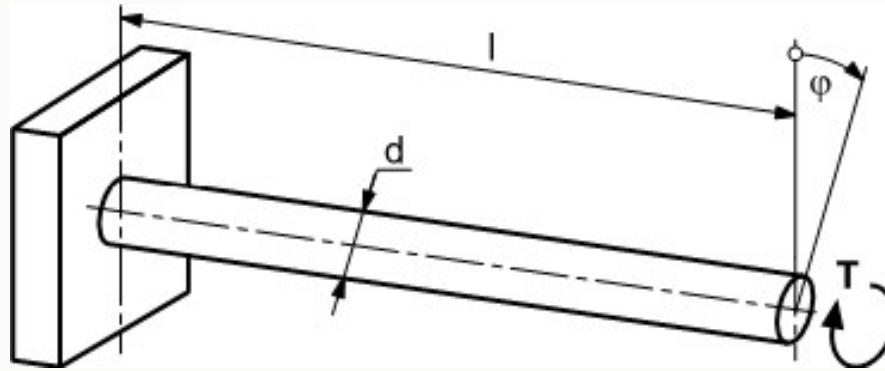
ahol ν a Poisson tényező (acélra 0,3), f a rugó deformáció, α , β , γ a d/d_0 függvényében táblázatból meghatározhatók (1.4.I. táblázat).

1.4.I. táblázat Tányérrugók α , β , γ együtthatói a d/d_0 átmérőhányados függvényében

d/d_0	α	β	γ
1,2	0,29	1,00	1,04
1,4	0,45	1,07	1,13
1,6	0,56	1,12	1,22
1,8	0,64	1,17	1,30
2,0	0,70	1,22	1,38
2,2	0,74	1,27	1,46
2,4	0,76	1,31	1,53
2,6	0,77	1,35	1,60
2,8	0,78	1,39	1,67
3,0	0,79	1,43	1,74
4,0	0,80	1,61	2,07
5,0	0,81	1,76	2,37

Csavarásra terhelt rugók

A csavarásra terhelt rugók legegyszerűbbike az állandó kör keresztmetszetű **rúd rugó**. A rugóvégen alkalmazott csavaró-nyomaték (T_{cs}) hatására a tengelyvég (φ) szögelfordulást szenved, amely a geometriai adatok és anyagjellemzők ismeretében az alábbiak szerint számolható (1.4.12. ábra):



$$\varphi = \frac{T_{cs} \cdot l}{I_p G}$$

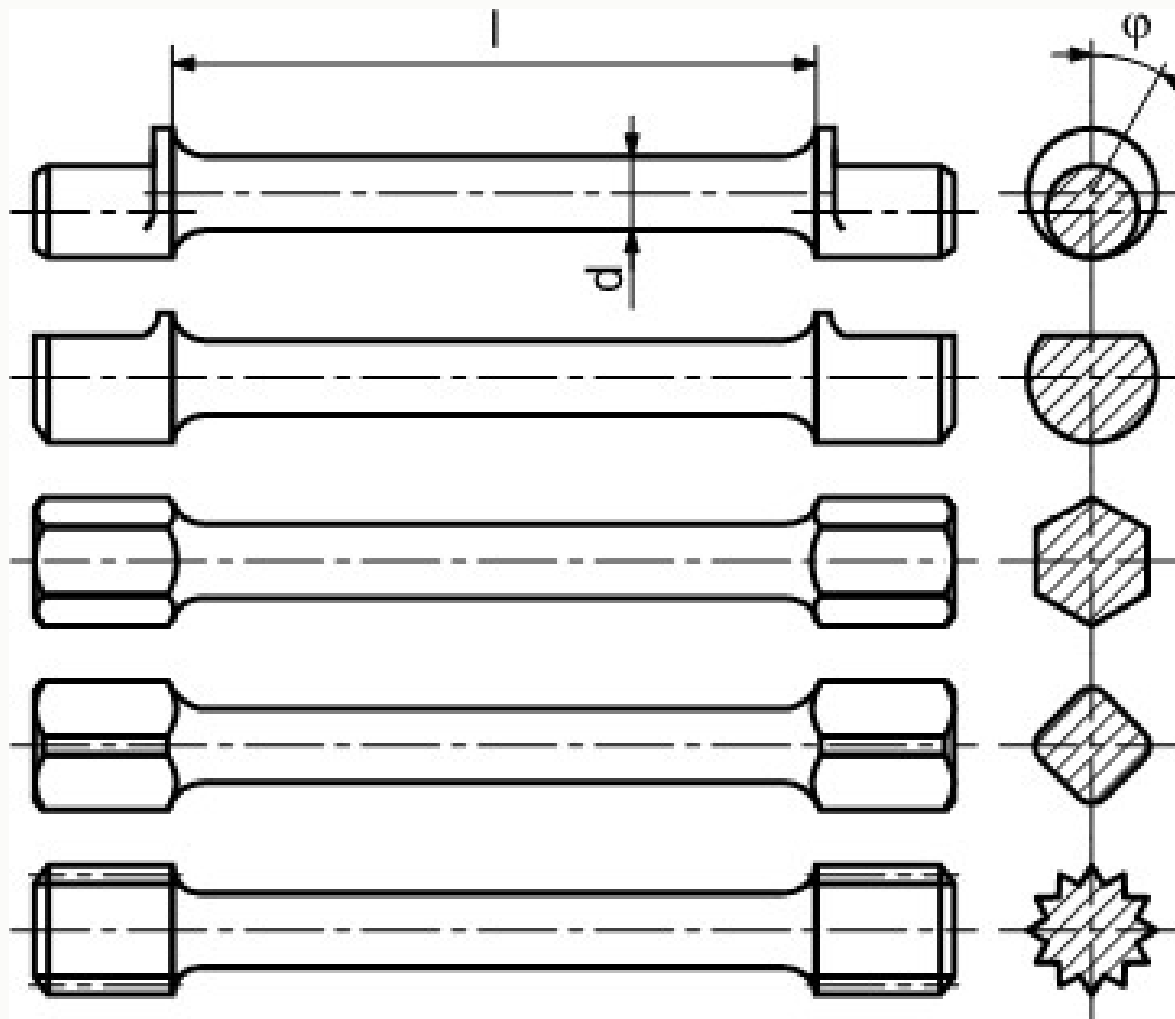
$$\tau = \frac{T_{cs}}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

$$\frac{W}{V} = \tau^2 \cdot \frac{1}{4 \cdot G}$$

$$\varphi = \frac{2 \cdot l}{d} \cdot \frac{\tau}{G}$$

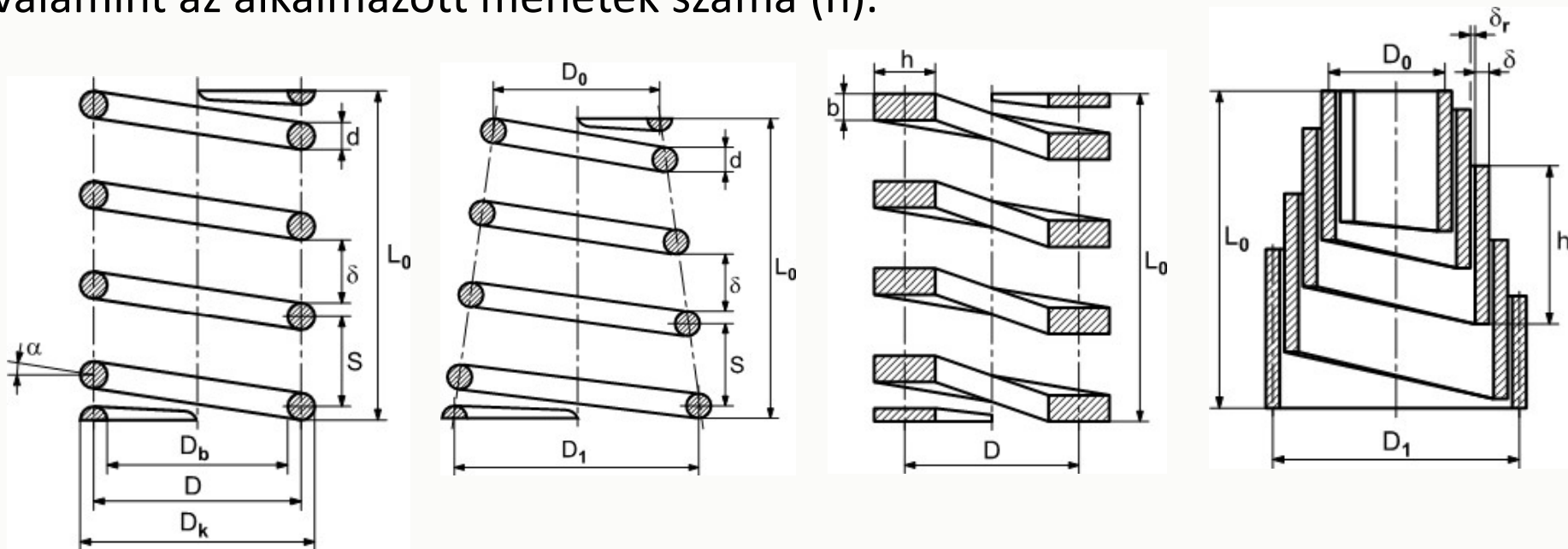
$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \cdot \frac{T_{cs}}{\tau_{meg}}}$$

A torziós rúdrugók befogására a 1.4.13. ábrán láthatunk példákat.

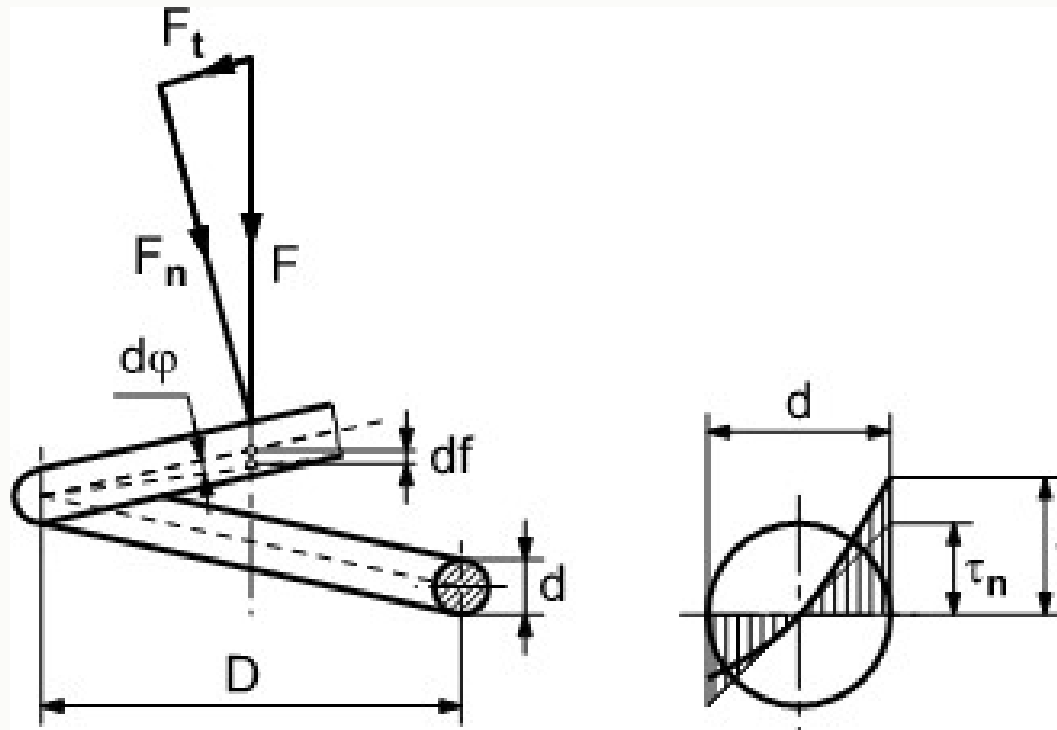


A hengeres (valamint a kúpos) csavarrugók

a gépészeti gyakorlat leginkább alkalmazott rugótípusai. Keresztmetszeti kialakításuk tekintetében számos változatuk ismert, melyekre példát a 1.4.14. ábrán láthatunk. A hengeres (és kúpos) csavarrugókra jellemző méretek azok középmérete ($D=2R$) és szálátmérete (d), a terheletlen rugóhossz (L_0), valamint az alkalmazott menetek száma (n).



A hengeres csavarrugók terhelése a rugó tengelyirányában ható (nyomó vagy húzó) erővel történik. Ez az erő a rugószálat nyomatékkel terheli, melynek mértéke a 1.4.15. ábra jelöléseivel:



$$T = F \cdot R$$

$$f = \frac{D^3}{d^4} \cdot \frac{8}{G} \cdot n \cdot F$$

$$s = \frac{d^4}{D^3} \cdot \frac{G}{8 \cdot n}$$

A rugók görbültsége okán a rugószál csavaró feszültségének eloszlása a keresztmetszet mentén eltér a névlegestől (lineáristól, 1.4.15. ábra), a rugó belseje felé eső oldalon keletkezik a nagyobb feszültség. Mértékét egy, a középátmérő és a szálátmérő függvényében meghatározható alaktényezővel (α_k) vesszük figyelembe.

$$\tau = \alpha_k \cdot \tau_n$$

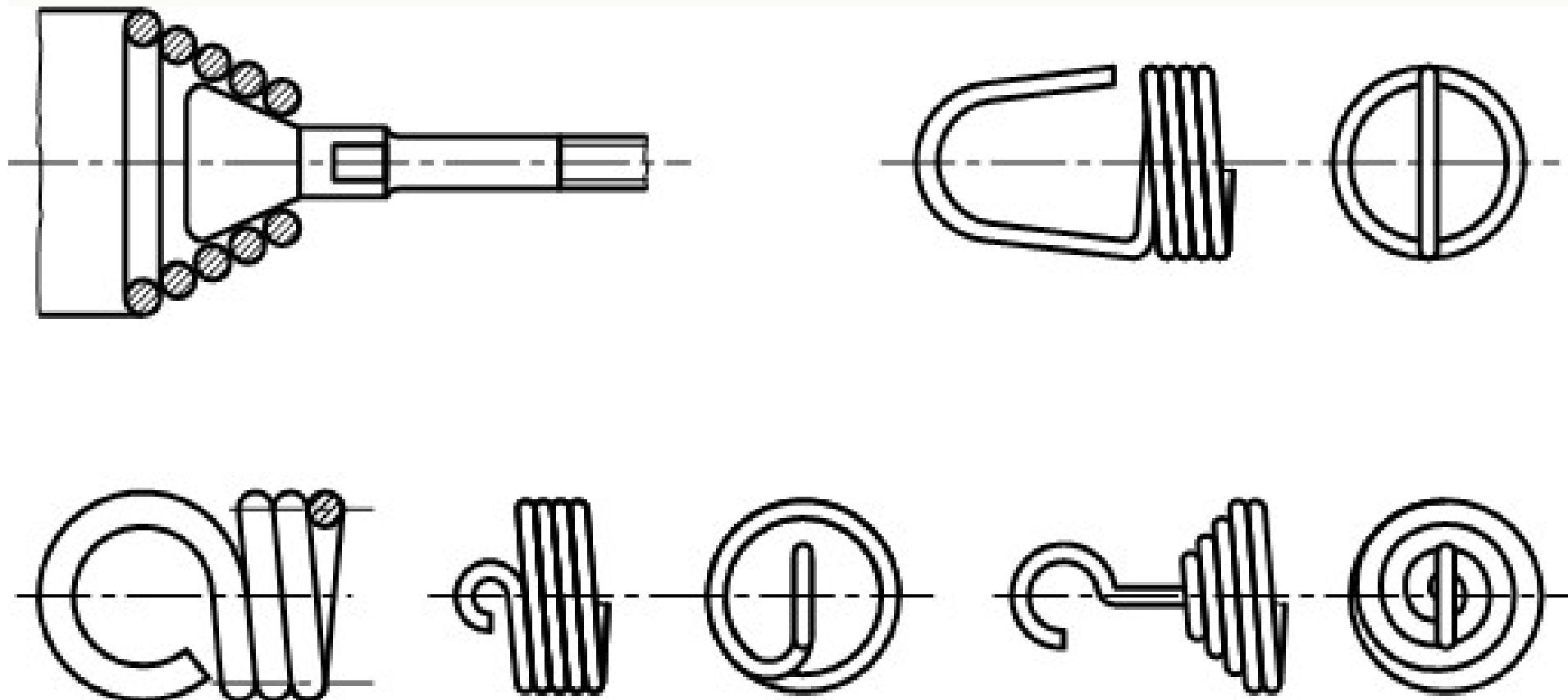
$$\alpha_k = \frac{\frac{D}{d} + 0,5}{\frac{D}{d} - 0,75}$$

$$\tau = \frac{T}{K_p} = F \frac{16D}{2d^3 \pi}$$

A rugó szabad magasságának meghatározásakor a legnagyobb üzemi terhelés esetén két menet közötti minimális távolságból ($\delta=0,1d$) indulhatunk ki. Ezzel a feltételezéssel a rugó szabad magassága (H_0):

$$H_0 = d(n + 1) + n(f_1 + \delta)$$

Húzott csavarrugók esetén a rugóvégek megfelelő kialakítására, megfogására a 1.4.16. ábra mutat megoldásokat.

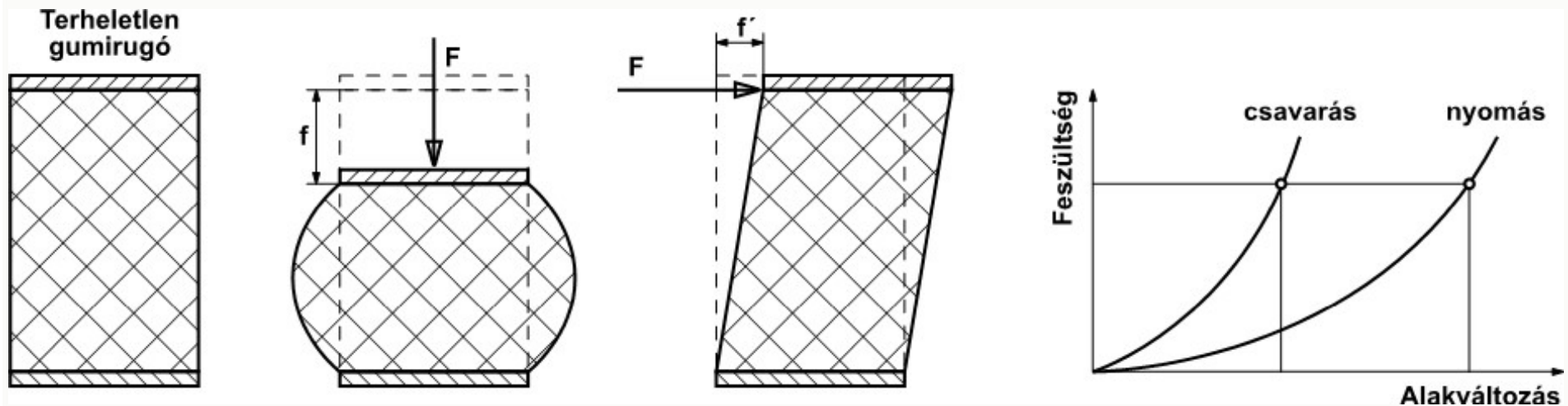


Gumirugók

A gumirugók kialakításukat tekintve többnyire fémlemezok között, vulkanizálással rögzített tömör vagy üreges kivitelű gumitömbök vagy gumigyűrűk. Jellemzően nyomásra és nyírásra terheltek.

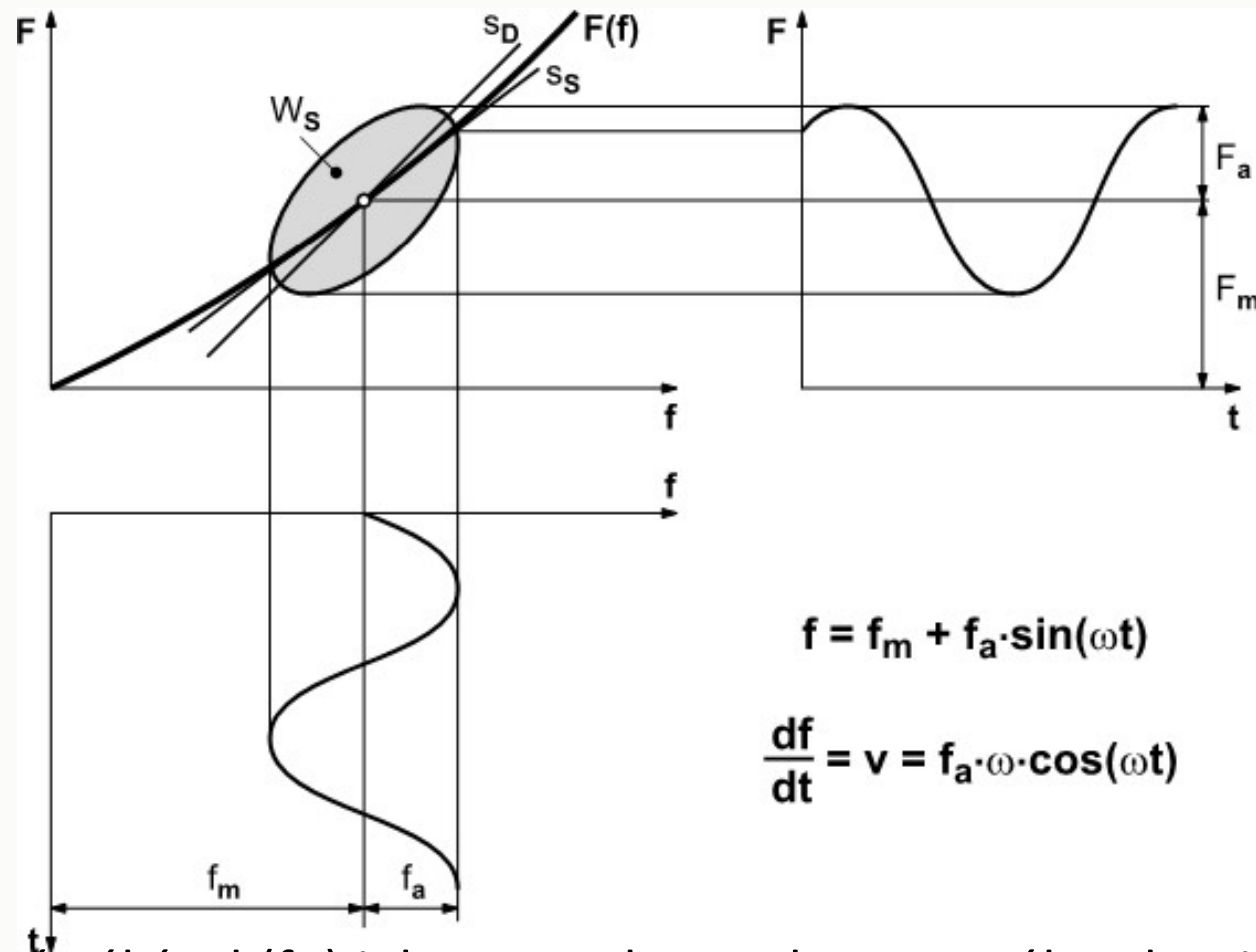
A gumirugók jó belső csillapításának köszönhetően hatékony csillapításra alkalmasak. Nagy alakváltozási képességük következtében beépítési egyenetlenségek (radiális, axiális, valamint szöghibák) kiegyenlítésére is alkalmasak. Rugalmassági modulusuk több nagyságrenddel kisebb a fémekéhez viszonyítva (számos paraméter függvénye, mint pl. terhelés, alak, terhelés sebességének változása, stb.), így viszonylag lágy rugók alakíthatók ki kis szerkezeti méretek esetén. Alapanyagukat tekintve a polimerek családjába tartozó kaucsukok csoportjába tartoznak, melynek tulajdonságait a gyártás során különböző adalékok (lágyítók, töltőanyagok, festékek, stb.) hozzáadásával módosítják a kívánt mértékre.

A rugók viselkedésének leírására alkalmazott paraméter kis alakváltozási sebességek esetén ($v \approx 0$) a statikus rugómerevség. Számszerű értékét általában a rugókarakterisztika vizsgált pontjához húzott érintő-modulussal szokás megadni (rugómerevség). (1.4.18. ábra).

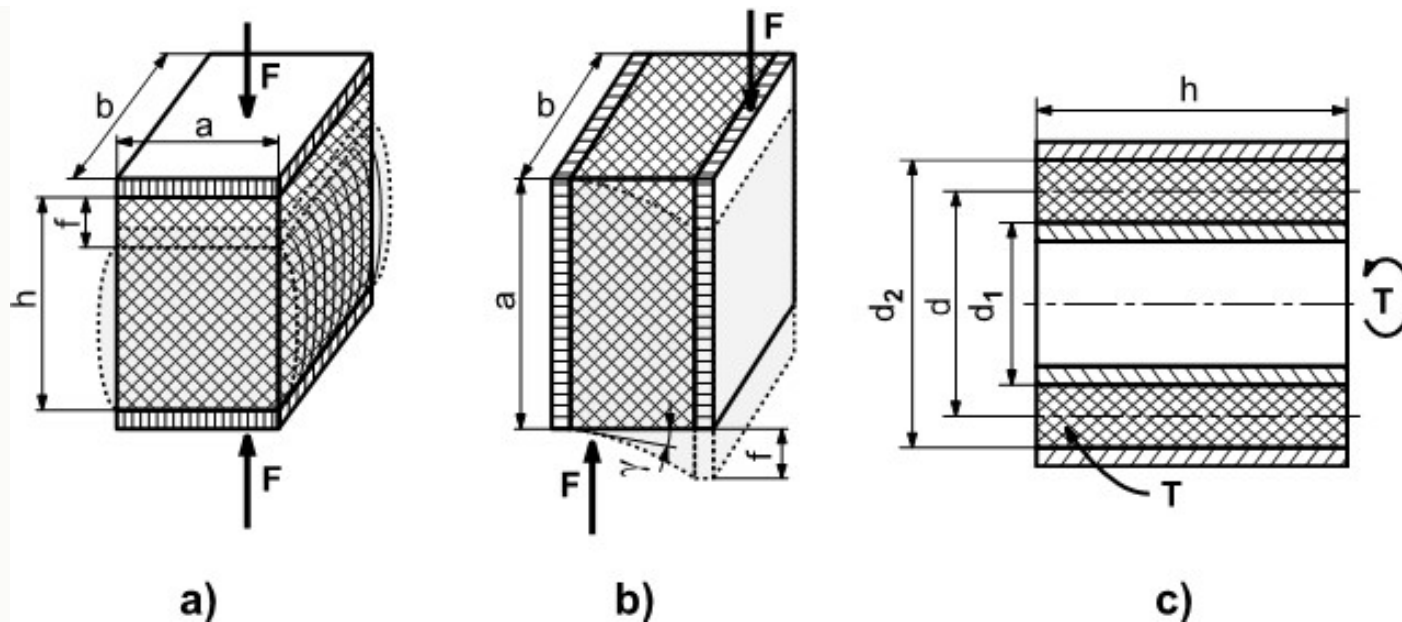


A gumirugók terhelésre adott válaszfüggvényei terhelési sebesség, valamint idő függőek, így a viszko-elasztikus anyagmodellek törvényszerűségei alapján tárgyalhatók. (1.22.2. fejezet)

Ismétlődő, periodikus terhelések esetén a gumirugók csillapítási tulajdonságaival kell számolnunk, amely jelenséget a csillapítási ellipszis felrajzolásával követhetjük nyomon. Egy gumirugó statikus terhelésére (F_m , f_m értékekkel jellemzett) szuperponált F_a lengés hatását az 1.4.19. *ábra* szemlélteti.



A kitérés középértékével (f_m) jelzett munkapontban a rugókarakterisztika iránytangense alapján a statikus rugómerevség (S_s), míg a csillapítási ellipszis nagytengelyének iránytangenséből a dinamikus rugómerevség (S_d) számítható. A gumirugók legelterjedtebb típusai a fémlemez, illetőleg fémtárcsa fegyverzetben kialakított hüvelyes, valamint tárcsás lemeZRugók. Néhány jellegzetes gumirugó típust, valamint azok jellemző terhelését az 1.4.20. *ábra* mutatja.



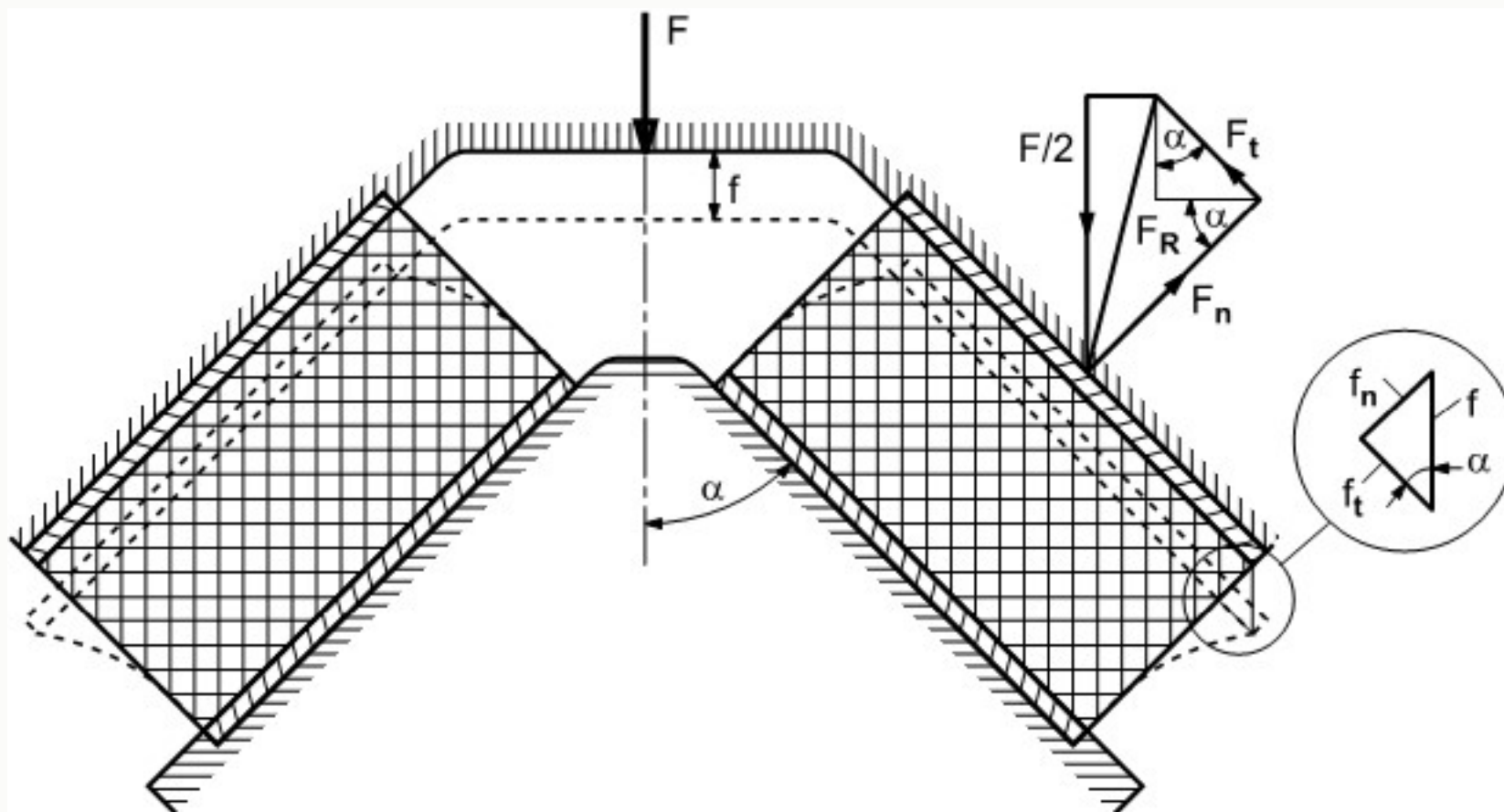
a.) lemezes, nyomó terhelésű;

b.) lemezes, nyíró terhelésű;

c.) hüvelyes, csavaró terhelésű

A méretezési alapösszefüggések a **feszültség**, **deformáció** (annak megengedett mértéke), valamint a **rugó merevség** meghatározására terjednek ki, **elemi szilárdságtan** összefüggések alkalmazásával

Ferde beépítésű lemezes rugópár



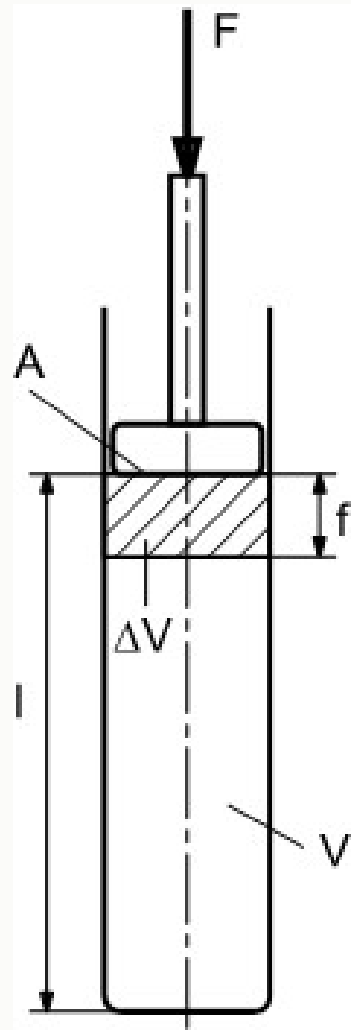
Folyadék és gáztöltésű rugók

Ezen rugók fizikai elve a folyadékok, valamint a gázok összenyomhatóságán (rugalmasságán) alapszik. Folyadékugók esetén is meghatározhatjuk a közeg rugalmassági modulusát. Mértéke a nyomásváltozás hatására bekövetkező fajlagos térfogatváltozás:

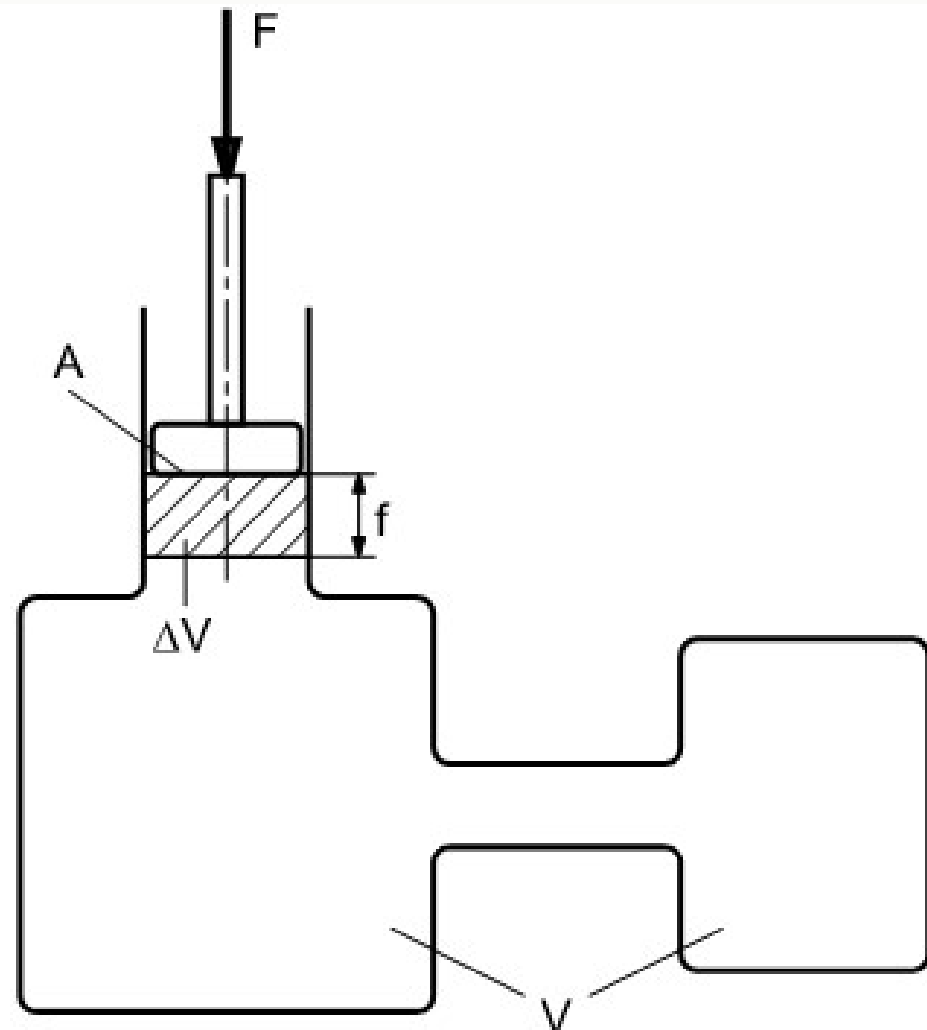
$$E_f = \frac{\Delta p}{\Delta V/V} = V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

A hengeres nyomástartó edényben lévő rugalmas közeg terhelés hatására bekövetkező térfogat, valamint hosszváltozásának arányossága alapján alábbi összefüggést kapjuk ($\Delta p = \Delta F/A$ felhasználásával):

$$f = \frac{F \cdot l}{A \cdot E}$$



a



b

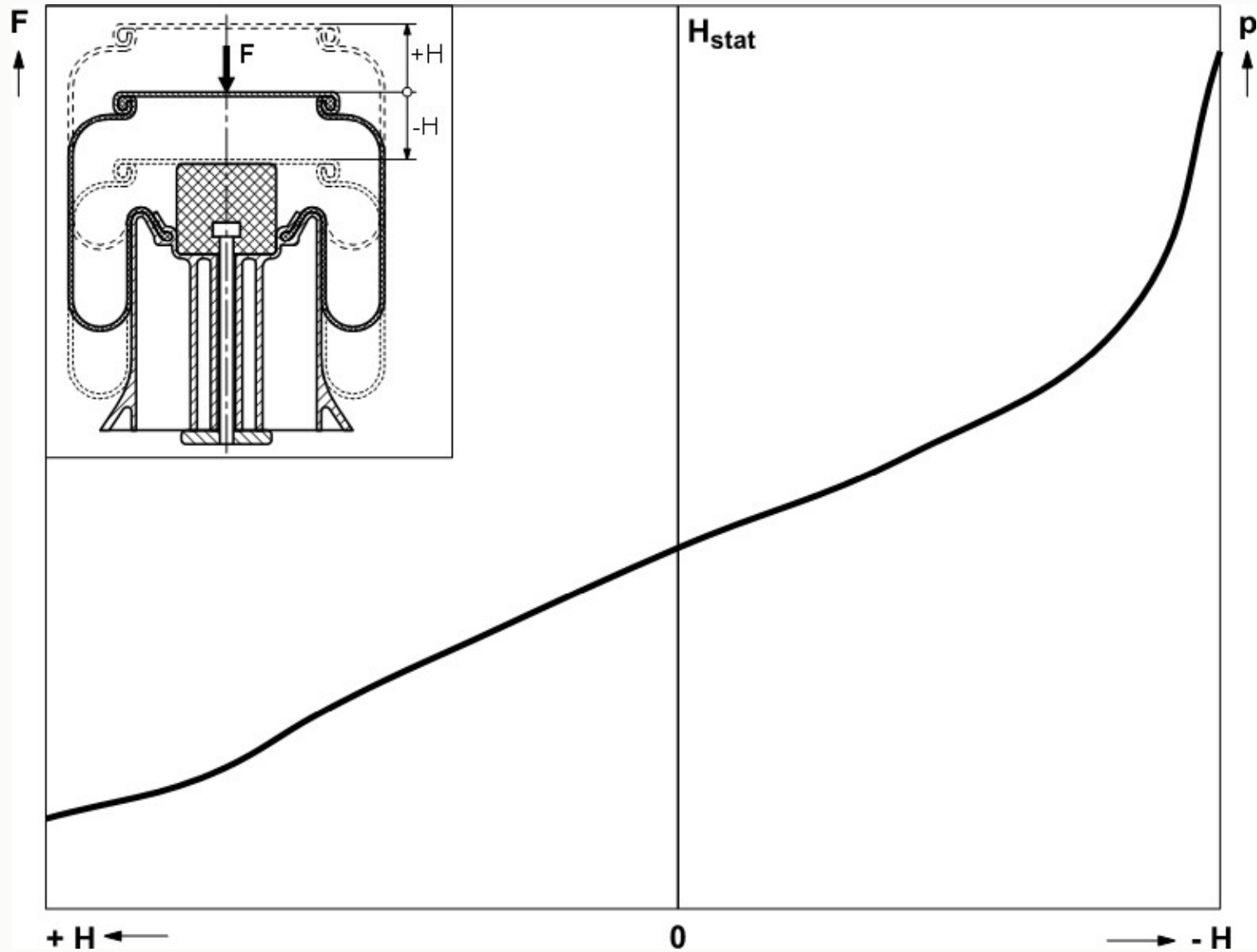
A megfelelő rugókarakterisztika biztosításához a szerkezeti hossz változtatása (általában növelése) nem mindig lehetséges, azonban a térfogat változtatásával lehetőség kínálkozik a megfelelő rugó-utak (rugózás lágyítása) beállítására. A rugóban tárolt energia mennyiségét lineárisnak feltételezett karakterisztika alapján, valamint a nyomásváltozás-terhelő erő kapcsolatának figyelembevételével az alábbi összefüggés alapján számíthatjuk:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{E} \cdot p^2$$

A rugózást biztosító közeg folyadékról alkalmas gázra történő megválasztásával kapjuk a gázrugókat. Rugókarakterisztikájuk az általános gáztörvény állapotváltozásra vonatkozó összefüggésével írható le:

$$p \cdot v^n = \text{állandó}$$

Gördülő-membrános légrugó karakterisztikája



A folyadék, valamint a gáztöltésű szerkezeti elemek kombinációjával járművekben a rugózási (és csillapítási) paraméterek tág határok közt változtathatók, megteremtve a szintszabályzás lehetőségét is. Ezen elvek alapján készülnek az úgynevezett **hidro-pneumatikus rugózási rendszerek**, amelyek modelljére a 1.4.25. *ábra* mutat példát

