



# Mechanika alapjai

## Támasztóerők meghatározása





# Kényszerek

---

- A kényszerek olyan szerkezetek-szerkezeti kialakítások, amik a megtámasztandó szerkezet bizonyos pontjainak elmozdulásait korlátozzák.
- Általános, mindig érvényes elvként kell megjegyeznünk, hogy milyen jellegű és irányú elmozdulást a kényszer (meg)akadályoz, olyan jellegű és irányú támaszigénybevételre mindig számítanunk kell!



# Fokszám

---

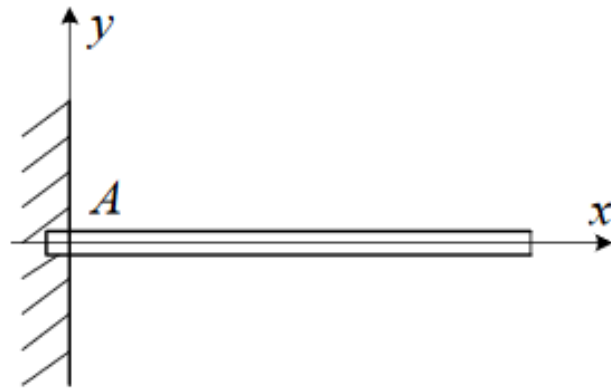
- A megtámasztó kényszerekre jellemző az általuk (meg)akadályozott elmozdulás összetevők, ill. az ezekkel mindig megegyező számú kényszererő-komponensek száma ), amit a kényszerek FOKSZÁMának nevezünk.
- Az elvégzendő számításokban is fontos információ, ezért ezt alkalmazzuk a kényszerek megjelölésére, minősítésére
- A síkbeli kényszerek tehát maximálisan 3-as fokszámúak, a térbeli kény-szerek maximálisan 6-os fokszámúak lehetnek.



# Befogás

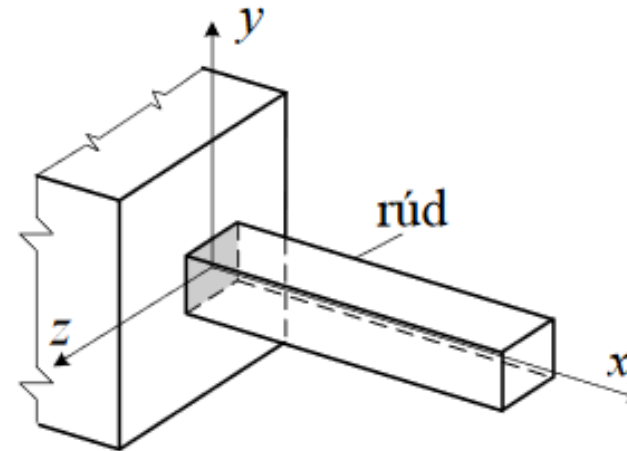
A megtámasztott pont minden irányú elmozdulását megakadályozó kényszert BEFOGÁSnak nevezzük.

Síkbeli eset:



$$x_A = y_A = 0,$$
$$\varphi_{Az} = 0.$$

Térbeli eset:



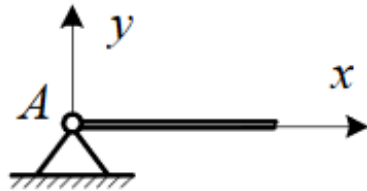
$$x_A = y_A = z_A = 0,$$
$$\varphi_{Ax} = \varphi_{Ay} = \varphi_{Az} = 0$$



# Csukló

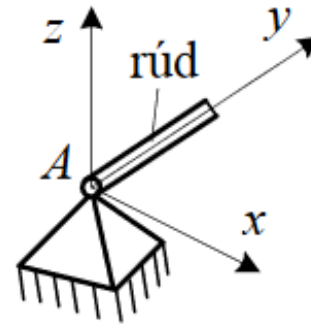
a test egy pontjának egy adott irányú elmozdulását akadályozza meg

Síkbeli eset:



$x_A = 0, \quad y_A = 0$   
az A pont  $x, y$  irányú  
elmozdulásai.

Térbeli eset:

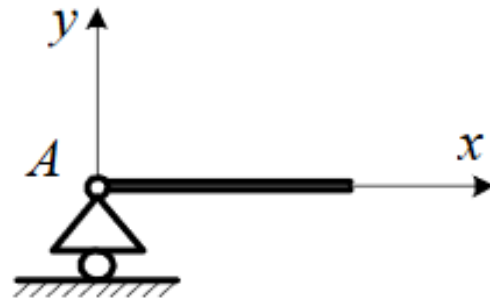


$x_A = 0, \quad y_A = 0, \quad z_A = 0$   
az A pont  $x, y, z$  irányú  
elmozdulásai.

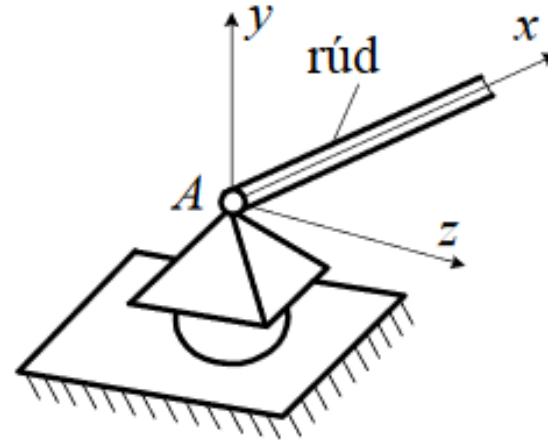


# Görgő

Ha a kapcsolat a síkban az elfordulást és az egyik tengely irányába eső eltolódást is megengedi (azaz a szerkezet a megtámasztó síkon elgurulhat), a kényszer neve GÖRGŐS TÁMASZ.



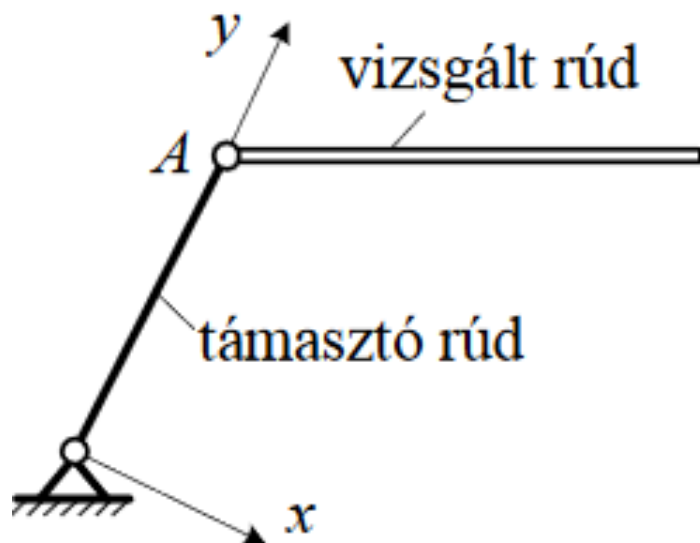
$y_A = 0.$   
az A pont  $y$  irányú  
elmozdulása.



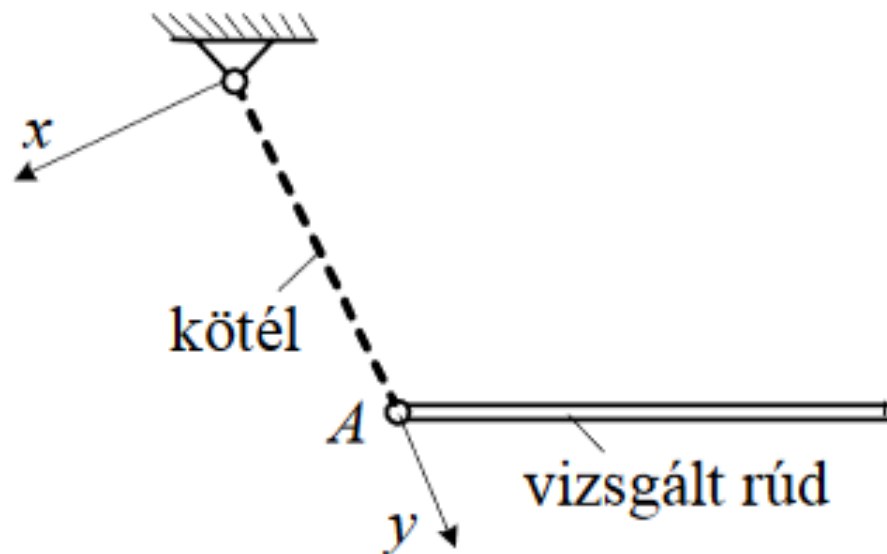
$y_A = 0.$   
az A pont  $y$  irányú  
elmozdulása



# Megtámasztás



$y_A = 0.$   
az A pont  $y$  irányú  
elmozdulása.



$y_A = 0.$   
az A pont  $y$  irányú  
elmozdulása.



# Szabadságfok

Azon skalár koordináták száma, amelyek egyértelműen meghatározzák a test helyzetét

Testmodell	Síkbeli eset	Térbeli eset
Anyagi pont	2	3
Merev test	3	6

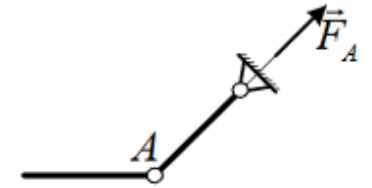
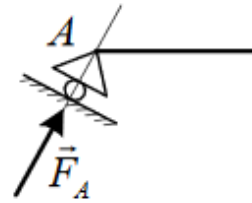




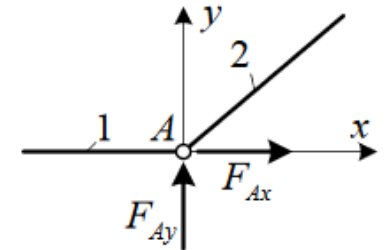
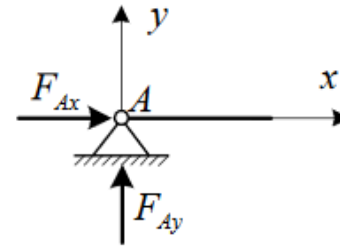
# Támasztóerők

- A vizsgált testre hatnak
- A terhelés következtében (Newton III.)
- A kényszer típusa határozza meg az irányát
- $n_k$ : kényszerekkel lekötött szabadsági fokok száma

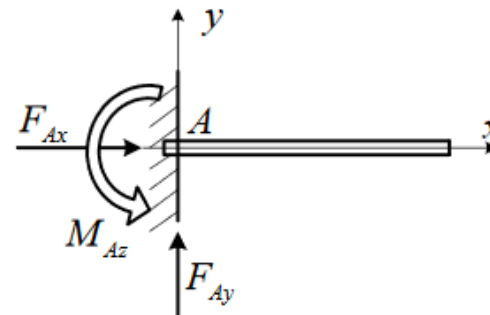
## GÖRGŐ



## CSUKLÓ



## BEFOGÁS





# Statikai határozottság

---

- 1. definíció:** Ha a belső ( $n_b$ ) és külső kényszerekkel lekötött ( $n_k$ ) szabadság-fokok száma megegyezik a test  $s$  szabadságfokainak számával:  $n_b + n_k = s$ .
- 2. definíció:** Ha az ismeretlen támasztó és belső erőkoordináták száma megegyezik a szerkezetre felírható skaláris statikai egyensúlyi egyenletek számával és az egyenletrendszer az ismeretlenekre egyértelműen megoldható.



# Rúdszerkezetek

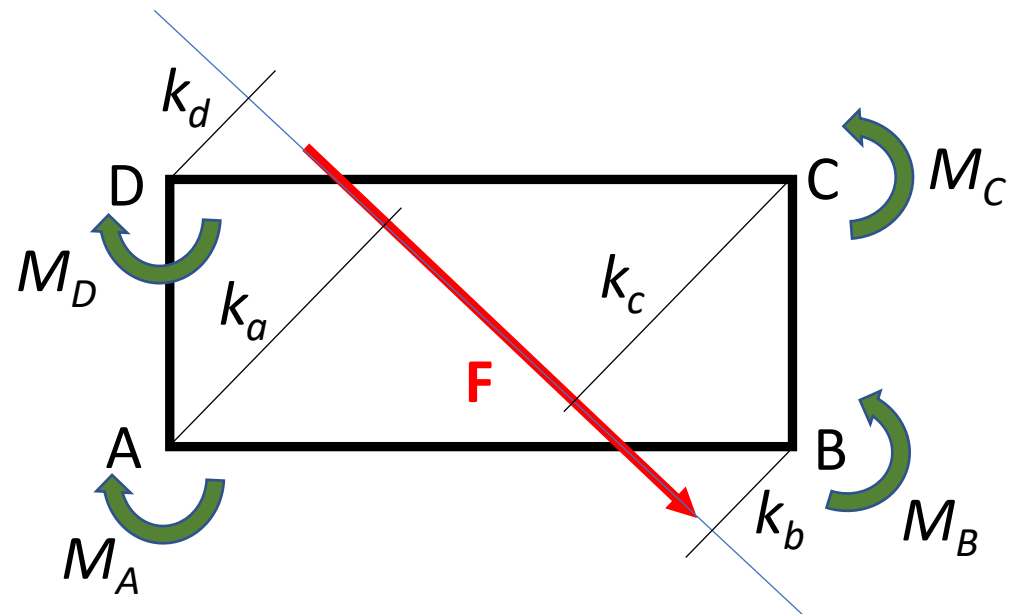
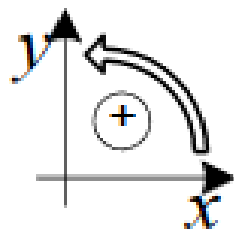
---

- A statikában a műszaki problémákat rudakban egyszerűsítjük, modellezzük.
- A rudak megtámasztásában kényszerek hatnak a terheléssel szemben.
- A támasztóerők meghatározása után lehetővé válik a rúd igénybevételének meghatározása (statika) és a legterheltebb keresztmetszet méretezése (szilárdságtan).



# Redukált vektorkettős (F;M)

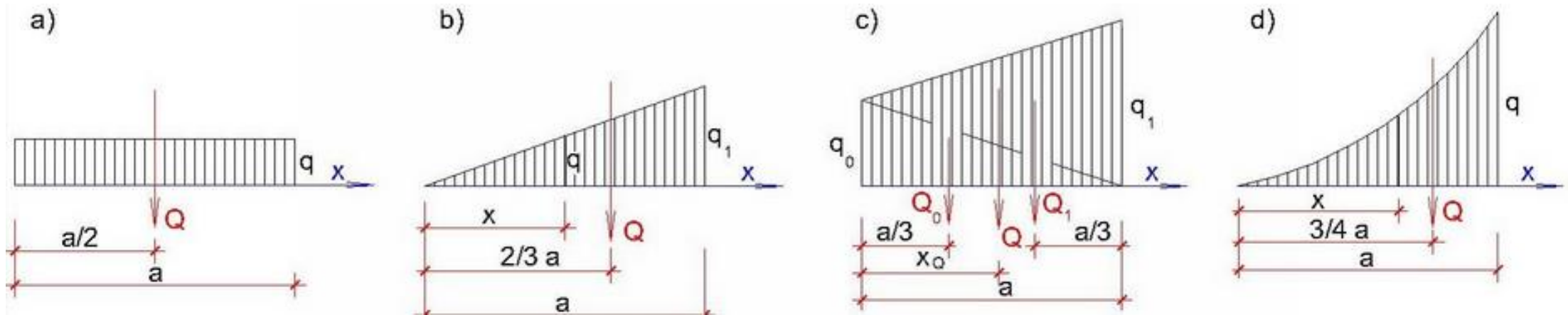
- Ha egy, az erő hatásvonalán kívül lévő pontra vizsgáljuk az erő hatását, akkor az erőt redukálni kell az adott pontra.
- A redukálás során minden fizikai hatást ki kell számítani és a statikai méretezés során figyelembe venni.
- Nyomaték: az erő forgató hatása, az erő hatásvonalán kívül lévő pontokra
  - Jele: M
  - mértékegysége: Nm (Newtonméter)
  - Meghatározása:  $M = F [N] k [m]$ 
    - F: erő
    - k: erőkar





# Vonal mentén megoszló erőrendszer

- Helyettesítés koncentrált erővel





# Támasztóerők meghatározása

---

- Szerkesztéssel (Cullmann szerkesztés)
  - Három erő egyensúlya alapján
  - Egy pontban metsződnek a hatásvonalak
  - Vektorháromszöget alkotnak, a nyílfolyam folyamatos
- Számítással (Ritter)
  - Egyensúlyi egyenletek ( $F_x$  és  $F_y$  egyenlő 0)
  - Nyomatéki egyenlet adott pontra



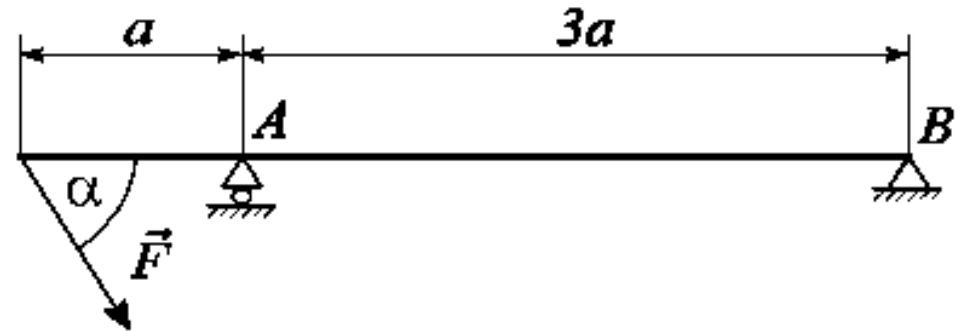
# Támasztóerők meghatározása

$F = 50 \text{ kN}$

$a = 500 \text{ mm}$

$\alpha = 60^\circ$

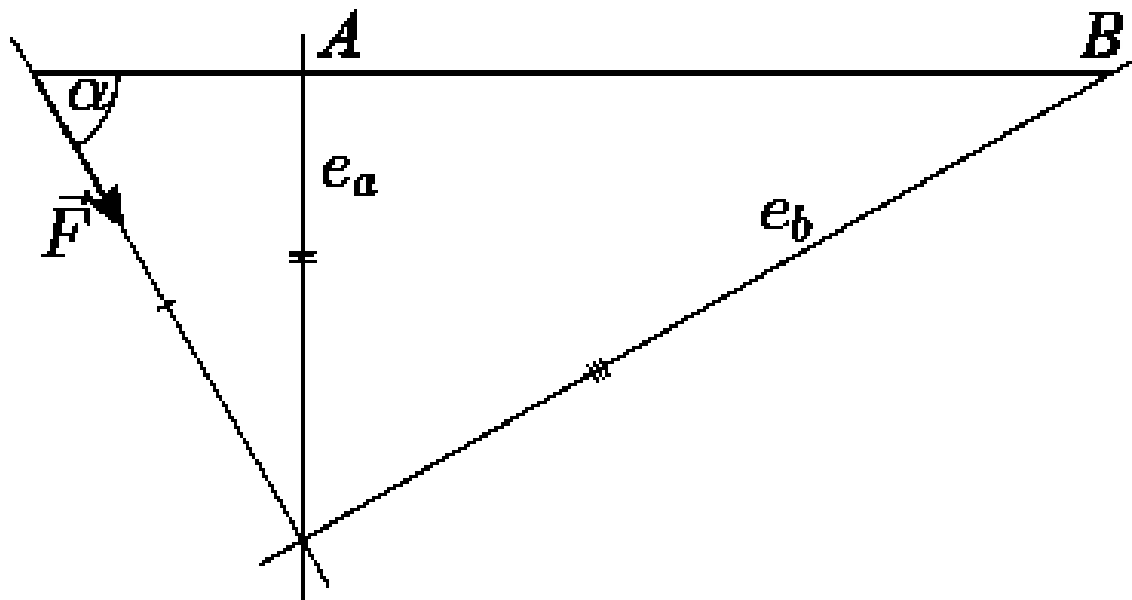
Feladat: támasztóerők  
meghatározása



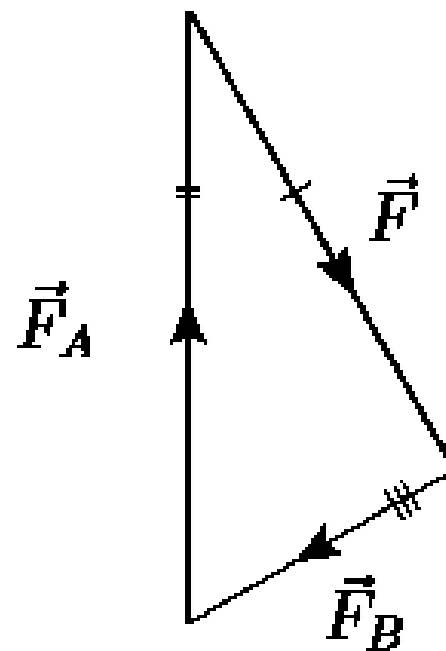


# Megoldás szerkesztéssel

Szerkezetábra



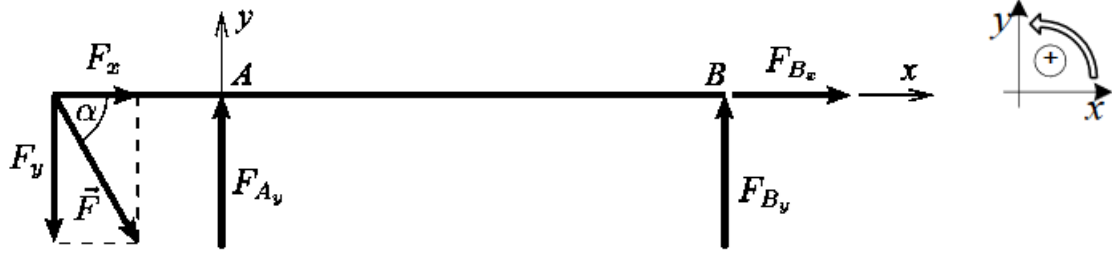
Erőábra







# Megoldás számítással



**F erő felbontása összetevőkre:**

$$F_x = F \cos \alpha = 25 \text{ kN}$$

$$F_y = F \sin \alpha = 43,3 \text{ kN}$$

**A rúdra ható erők eredője zérus:**

$$F_{ex} = 0 = F_x + F_{Bx} \rightarrow F_{Bx} = -25 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$F_{ey} = 0 = -F_y + F_{Ay} + F_{By}$$

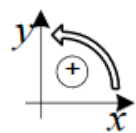
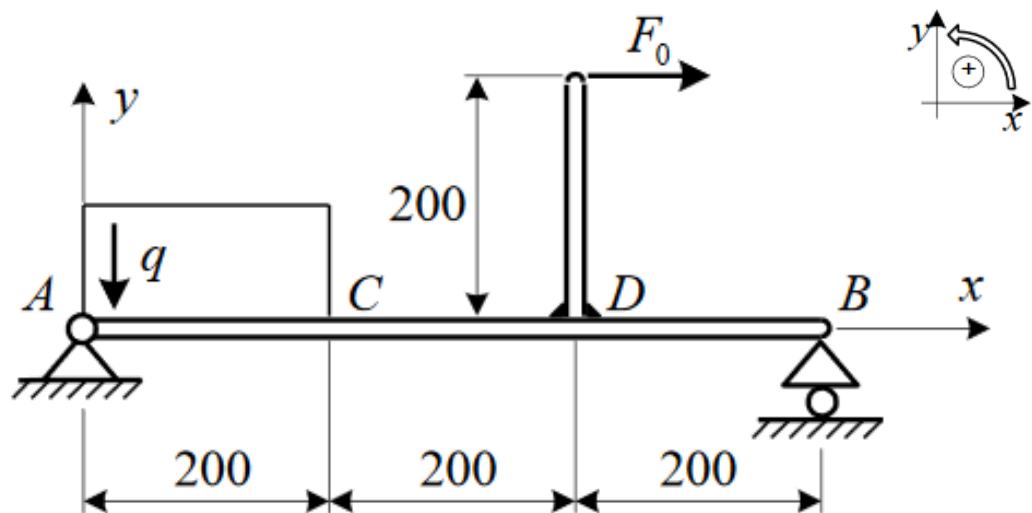
**Nyomatéki egyenlet az A pontra:**

$$M_A = 0 = aF_y + 3aF_{By} \rightarrow F_{By} = -14,43 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$F_{ey} = 0 = -43,3 + F_{Ay} - 14,43 \rightarrow F_{Ay} = 57,74 \text{ kN} (\uparrow)$$



# Támasztóerők meghatározása



$$q = 20 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 4 \text{ kN},$$
$$F_0 = 5 \text{ kN}.$$

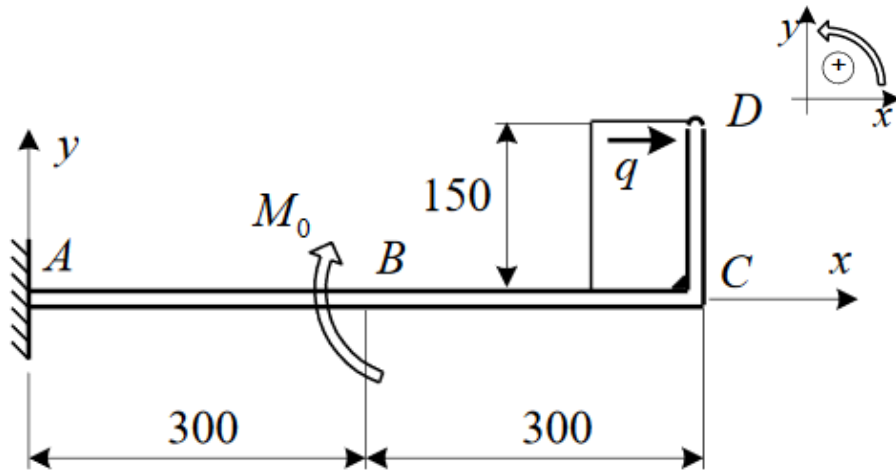
$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_0 \Rightarrow F_{Ax} = -F_0 = -5 \text{ kN} (\leftarrow),$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{By} \Rightarrow F_{Ay} = 1,66 \text{ kN} (\uparrow),$$

$$M_a = 0 = -0,1F_q - 0,2F_0 + 0,6F_{By} \Rightarrow F_{By} = 2,33 \text{ kN} (\uparrow).$$



# Támasztóerők meghatározása



$$q = 30 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 4,5 \text{ kN},$$
$$M_0 = 10 \text{ kNm}.$$

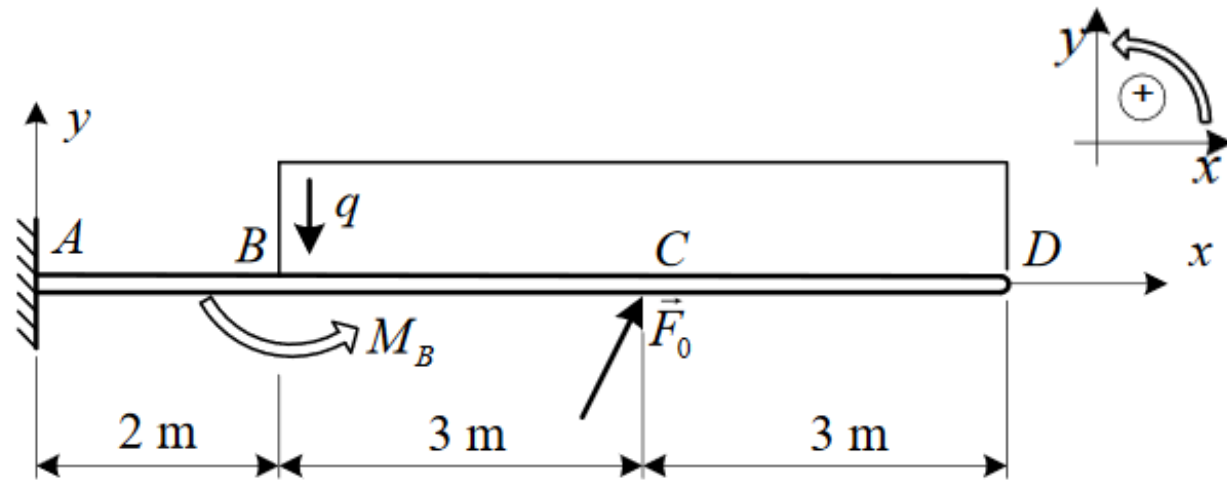
$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_q \Rightarrow F_{Ax} = -F_q = -4,5 \text{ kN} (\leftarrow),$$

$$F_y = 0 = F_{Ay},$$

$$M_a = 0 = M_A - M_0 - 0,075 \cdot F_q \Rightarrow M_A = 10,3375 \text{ kNm} (\curvearrowright)$$



# Támasztóerők meghatározása



$$F_{0x} = 5 \text{ kN}, F_{0y} = 10 \text{ kN}$$

$$q = 2 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 12 \text{ kN},$$

$$M_B = 8 \text{ kNm}.$$

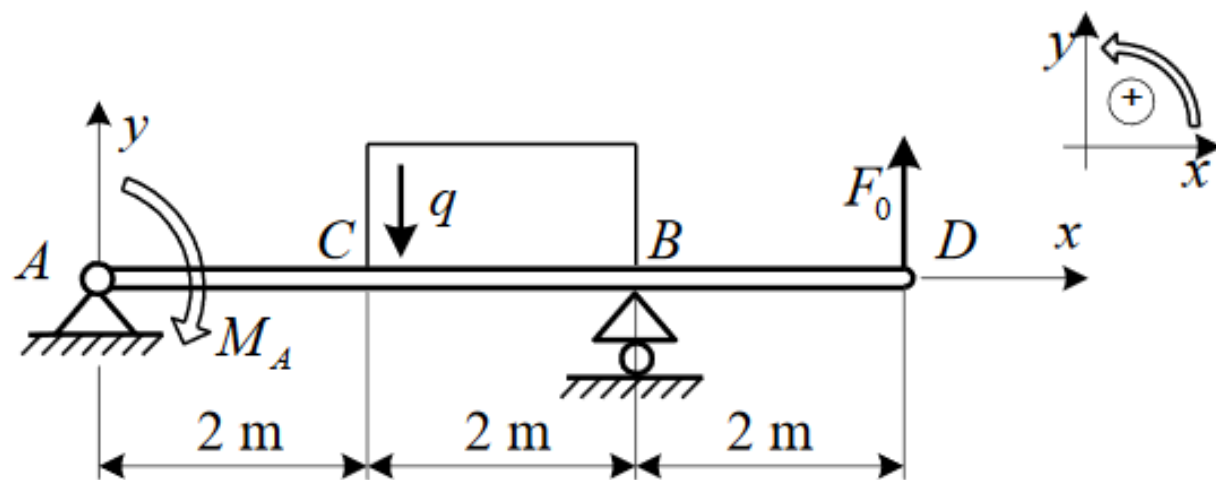
$$F_x = 0 = F_{Ax} + F_{0x} \Rightarrow F_{Ax} = -5 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{0y} \Rightarrow F_{Ay} = F_q - F_{0y} = 12 - 10 = 2 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$M_a = 0 = M_A + M_0 - 5 \cdot F_q + 5 \cdot F_{0y} \Rightarrow M_A = 2 \text{ kNm} (\curvearrowright)$$



# Támasztóerők meghatározása



$$q = 3 \text{ kN/m} \rightarrow F_q = 6 \text{ kN},$$
$$F_0 = 4 \text{ kN},$$
$$M_A = 5 \text{ kNm}.$$

$$F_x = 0 = F_{Ax},$$

$$F_y = 0 = F_{Ay} - F_q + F_{By} + F_0 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{9}{4} \text{ kN} (\uparrow),$$

$$M_a = 0 = -M_A - 3 \cdot F_q + 4 \cdot F_{By} + 6 \cdot F_0 \Rightarrow F_{By} = \frac{M_A + 3F_q - 6F_0}{4} = -\frac{1}{4} \text{ kN} (\downarrow).$$