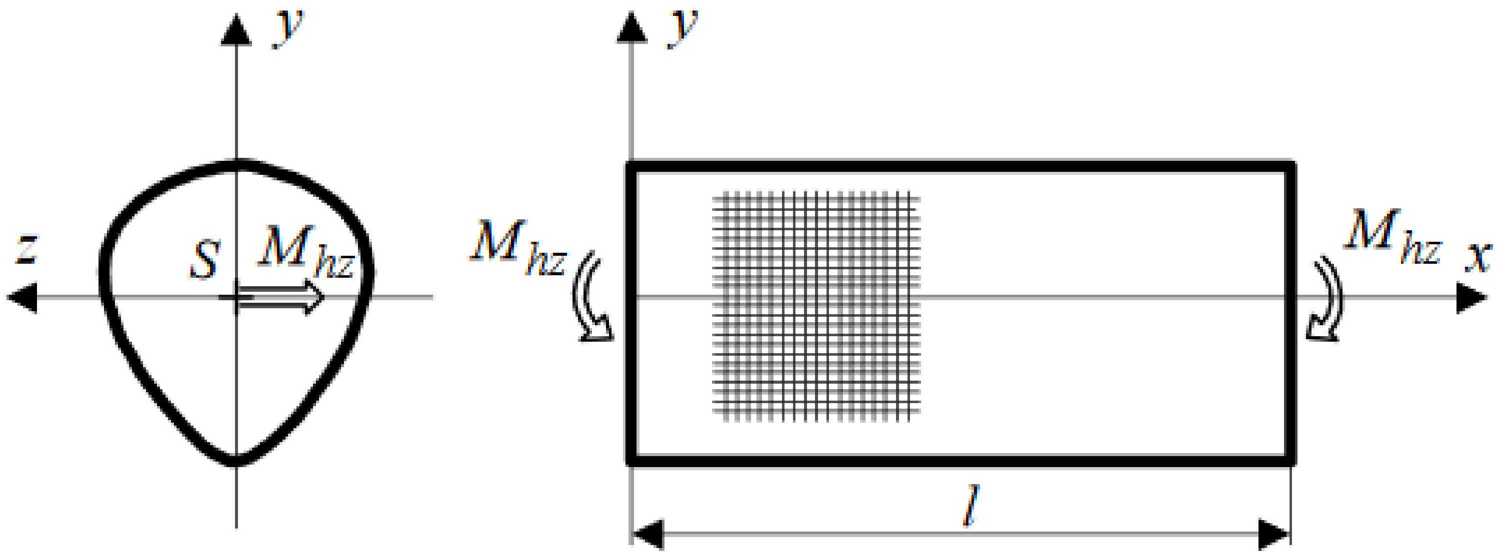
Mechanika alapjai

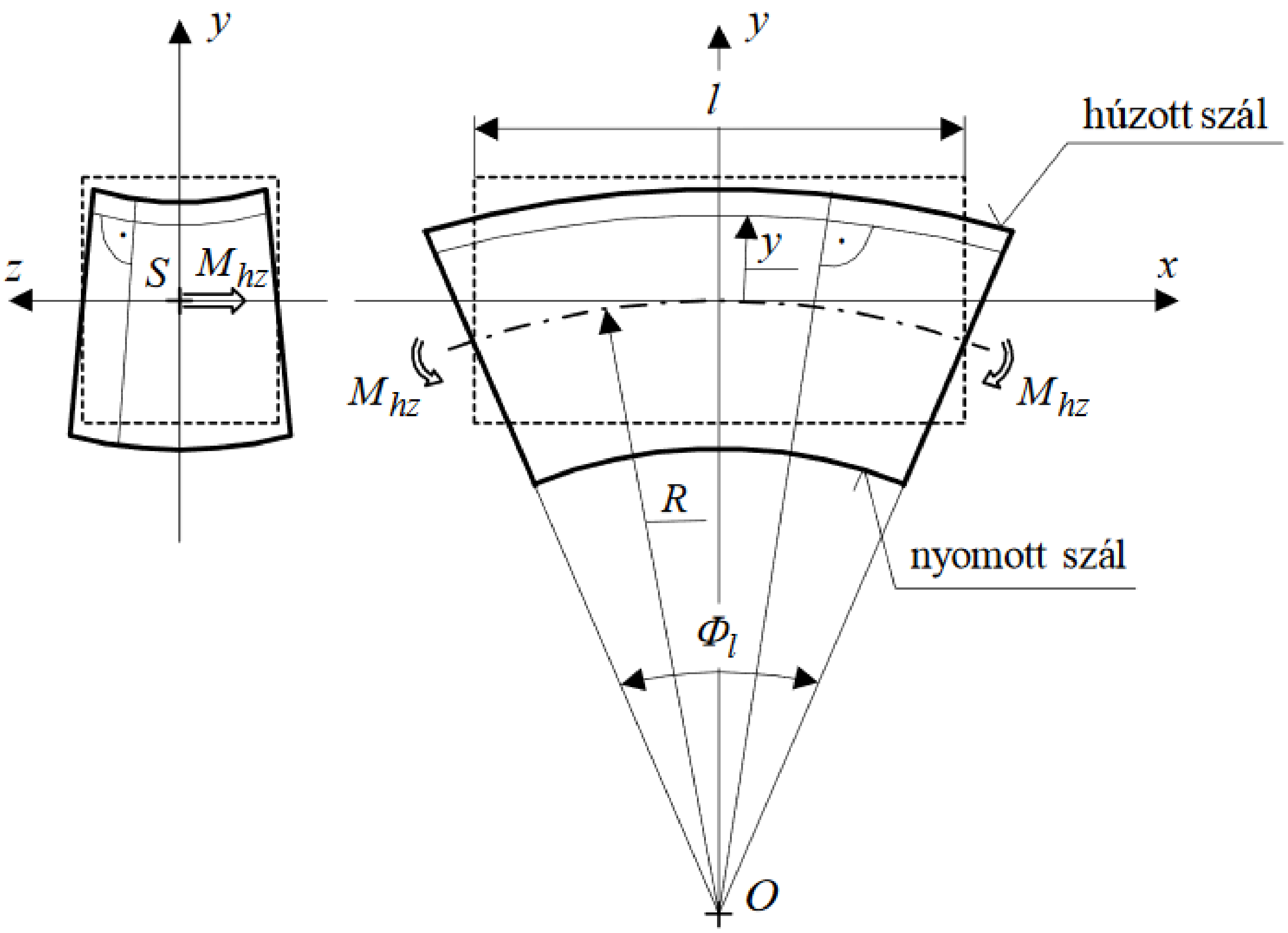
Tiszta hajlítás

Tiszta hajlítás

- Tiszta hajlítás: a rúd valamennyi keresztmetszetének igénybevétele kizárólag hajlító nyomaték.
- Homogén igénybevétel: Az igénybevétel a rúd hossza mentén nem változik



Alakváltozás



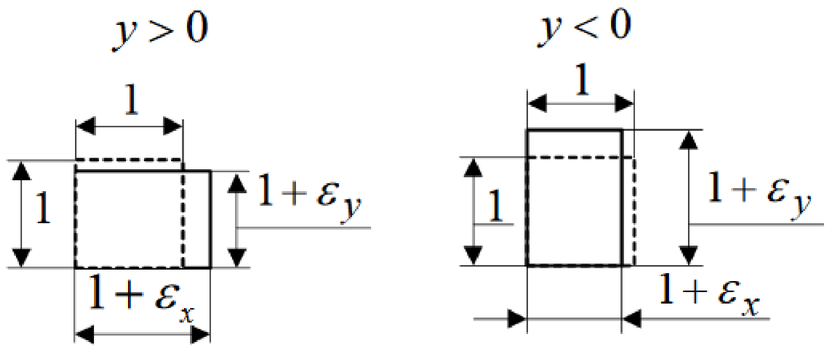
Alakváltozási állapot

- Megfigyelés: (Bernoulli hipotézis)
- Tiszta, homogén hajlítás esetén a rúd keresztmetszetei síkok és merőlegesek maradnak a rúd alakváltozott középvonalára.
- A súlyponti szál (középvonal) terheletlen állapotban egyenes (egybeesik az x tengellyel), alakváltozás után pedig körív.
- A középvonal hossza nem változik meg*:* $l=l_S=l_S'$ / $R'=\Phi_l$
  - l_S – a súlyponti szál hossza,
  - R – a meggörbült rúd középvonalának görbületi sugara,
  - Φ_la két szélső keresztmetszet egymással bezárt szöge az alakváltozott állapotban,
  - ' az alakváltozás utáni állapotot jelöli.
- A hosszirányú fajlagos nyúlást az y helyen lévő szál hosszváltozásából határozzuk meg:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x(y) = \frac{l'-l}{l} = \frac{(R+y)\Phi_l - R\Phi_l}{R\Phi_l} = \frac{y}{R} = \kappa y \neq \text{állandó}$$

$$\kappa = \frac{1}{R} \quad \text{- a középvonal görbülete}$$

Alakváltozási tenzor



$$\left[\underline{\underline{A}}(y)\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

A nyúlások között ugyanaz a kapcsolat,
mint húzás-nyomás esetén:

$$\varepsilon_k = \varepsilon_z = \varepsilon_y = -\nu\varepsilon_x$$

Különbség: $\varepsilon_x = \dfrac{y}{R} = \kappa y = \varepsilon_x(y)\,, \quad \varepsilon_y(y) = \varepsilon_z(y) = -\nu\,\varepsilon_x(y)\,.$

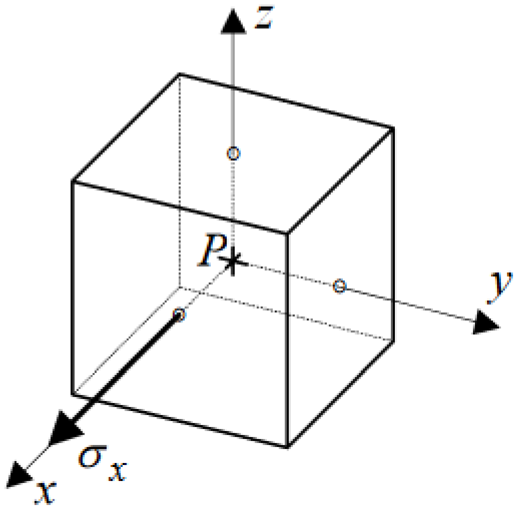
Az alakváltozási állapot nem homogén
(függ az y helykoordinátától).

Feszültségi állapot

Érvényes az egyszerű Hooke törvény: $\sigma_x = \mathrm{E}\ \varepsilon_k$

$$\left[\underline{\underline{F}}(y)\right] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Az ábra az $M_{hz} > 0$ esetben az $y > 0$ helyen szemlélteti a feszültségi állapotot.



$$\sigma_x = \sigma_x(y) = E\,\varepsilon_x = \frac{E}{R}\,y = \kappa\,E\,y \neq \text{állandó}\,.$$

A hajlított rúdban is egytengelyű feszültségi állapot alakul ki.

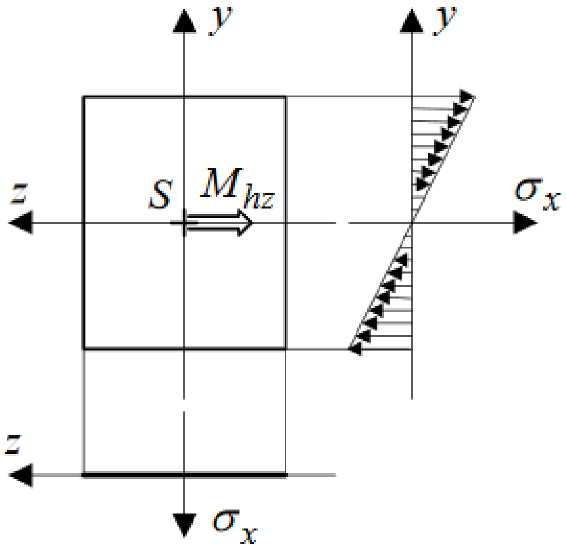
Feszültségi állapot

- A feszültség nem homogén, függ a vizsgált pont helyétől

Feszültségeloszlás:

A $\sigma_x = \dfrac{M_{hz}}{I_z} y$ összefüggésben $M_{hz} \geq 0$, $M_{hz} \leq 0$, $I_z > 0$, $y \geq 0$ és $y \leq 0$ lehet.

Az ábrán az $M_{hz} > 0$ esethez tartozó feszültségeloszlás látható.



- *Zérusvonal:* a keresztmetszet azon pontjai, ahol $\sigma_x = 0$

Maximális feszültség

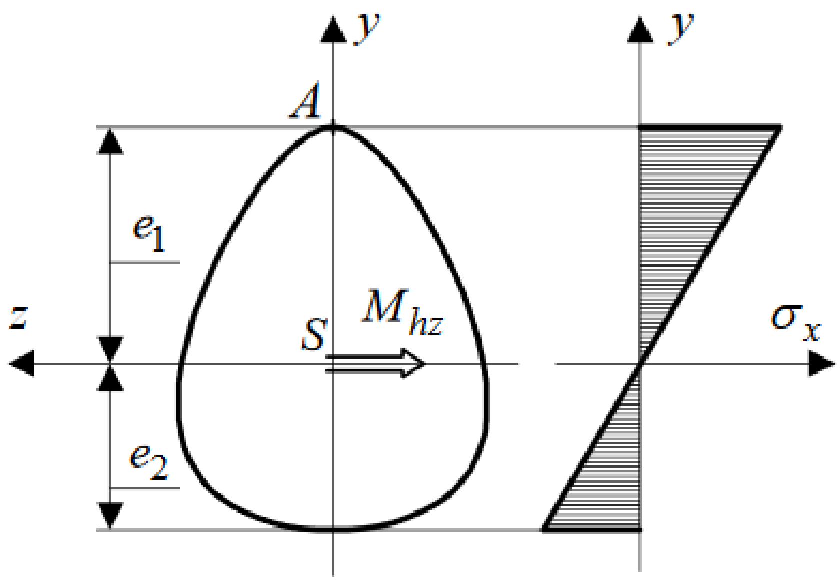
Maximális feszültség a keresztmetszetnek abban a pontjában ébred, amely legmesszebb van a zérusvonaltól.

$$\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y, \quad \sigma_{\max} = \left|\sigma_{x\max}\right| .$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\left|M_{hz}\right|}{I_z} e_{\max} = \frac{\left|M_{hz}\right|}{K_z}, \quad e_{\max} = \max(e_1, e_2), \quad \text{itt} \quad e_{\max} = e_1 .$$

$K_z = \dfrac{I_z}{e_{\max}}$ a keresztmetszet z tengelyre számított keresztmetszeti tényezője.

Veszélyes pont: a keresztmetszetnek az a pontja, ahol a $\sigma_{\max}$ fellép.



Méretezés - Ellenőrzés

Megkeressük a szerkezet veszélyes keresztmetszetét.

Az a veszélyes keresztmetszet, ahol az $|M_{hz}|$ a legnagyobb.

A méretezést ezen a keresztmetszeten végezzük el:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{hz}|}{K_z} \leq \sigma_{meg} \quad \Rightarrow \quad K_z \geq K_{z\ szüks} = \frac{|M_{hz}|}{\sigma_{meg}}.$$

Megkeressük a szerkezet veszélyes keresztmetszetét.

Az a veszélyes keresztmetszet, ahol az $|M_{hz}|$ a legnagyobb.

Az ellenőrzést ezen a keresztmetszeten végezzük el:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{hz}|}{K_z} \leq \sigma_{meg} = \frac{\sigma_{jell}}{n}, \qquad n \text{ – előírt biztonsági tényező.}$$

Ha ez a reláció teljesül, akkor a rúd szilárdságtani szempontból megfelel.

S ponti szál differenciálegyenlete

g) Az S ponti szál (középvonal) differenciálegyenlete:

$$\kappa = \frac{1}{R} = \frac{M_{hz}}{I_z E}$$ - a rugalmas vonal (középvonal) görbülete.

$$v'' = y'' \approx -\frac{1}{R} = -\frac{M_{hz}(x)}{I_z E},$$

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = -\frac{M_{hz}(x)}{I_z E}$$ - közönséges, hiányos, inhomogén, másodrendű differenciálegyenlet.

- A rúd keresztmetszeteinek szögelfordulása:

$$\psi_z(x) = \frac{dv}{dx} = -\int \frac{M_{hz}(x)}{I_z E} dx + C_1 .$$

- A lehajlás (a középvonal deformálódott alakja):

$$v(x) = \int (-\int \frac{M_{hz}(x)}{I_z E} dx) dx + C_1 x + C_2 .$$