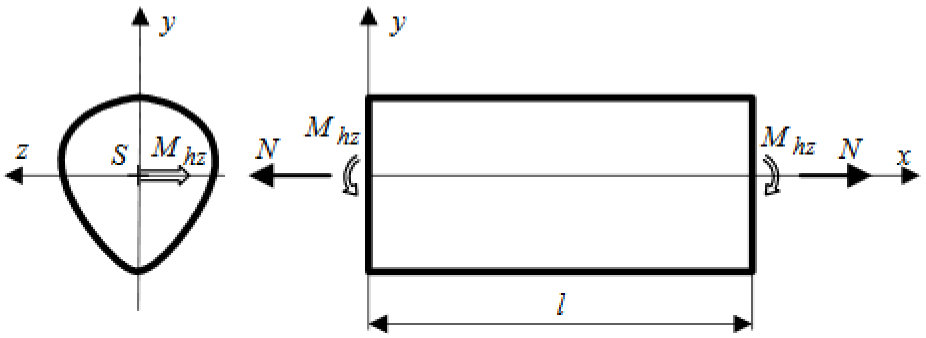
Mechanika alapjai

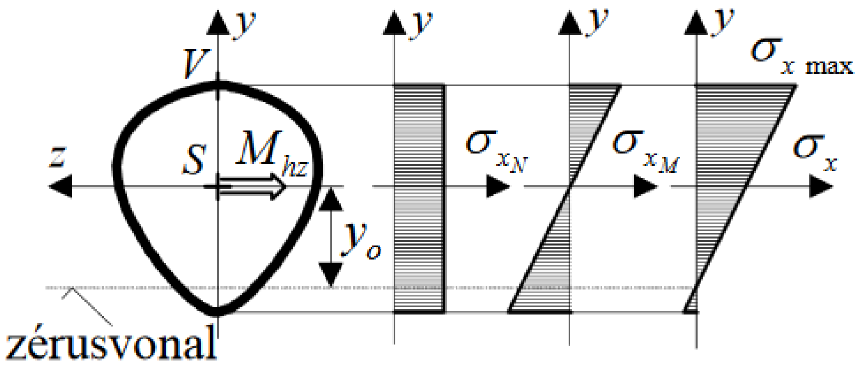
Összetett igénybevételek

Húzás-nyomás + egyenes hajlítás



$$\sigma_x = \sigma_{x_N} + \sigma_{x_M} = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y \,.$$

Feszültségeloszlás:



Veszélyes pont: A keresztmetszetnek az a pontja, ahol a redukált feszültség maximális (legnagyobb).

Ebben az esetben a veszélyes pont: V.

$$\sigma_{x\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y_V \,.$$

Zérusvonal: a keresztmetszetnek azon pontjai, ahol a σ_x zérus.

Zérusvonal egyenlete: $\sigma_x = 0 = \dfrac{N}{A} + \dfrac{M_{hz}}{I_z} y_0 \quad \rightarrow \quad y_0 = -\dfrac{N}{M_{hz}} \dfrac{I_z}{A} \,.$

Méretezés

1.Elhanyagoljuk a húzást.

2.Meghatározzuk a szükséges geometriai méreteket csak hajlításra.

3.Kiválasztunk egy szabványos geometriai méretet, amely megfelel a szükséges geometriai méreteknek.

4.A kiválasztott szabványos méretű tartót ellenőrizzük húzás + hajlítás eredeti terhelésre.

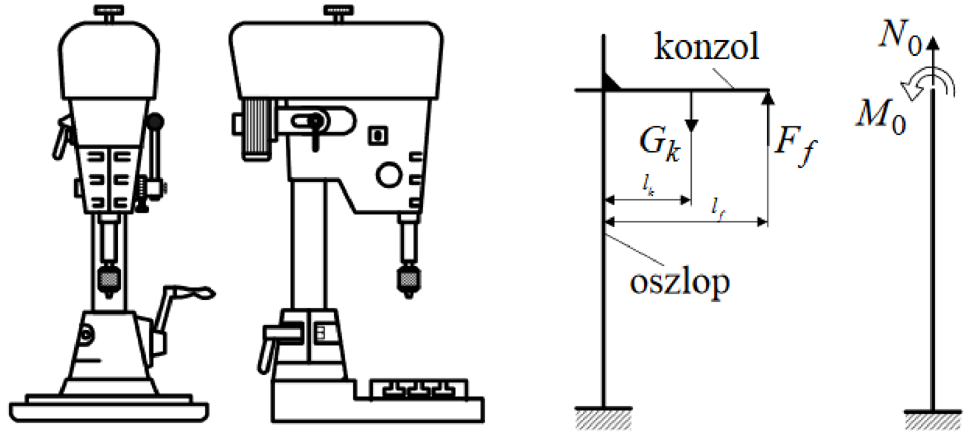
5.Ha megfelel a tartó, akkor ezt építjük be, ha nem felel meg, akkor választunk egy ennél nagyobb szabványos méretet, és a 4. ponttól ismételjük a procedúrát.

1. Gyakorlati példa húzás és hajlításra: fúrógép oszlop igénybevételei.

G_k – a konzol súlyereje, F_f – a fúrásból származó erő.

A terhelések redukciója az oszlop középvonalába: $N_0 = F_f - G_k$,

$$M_0 = F_f l_f - G_k l_k .$$

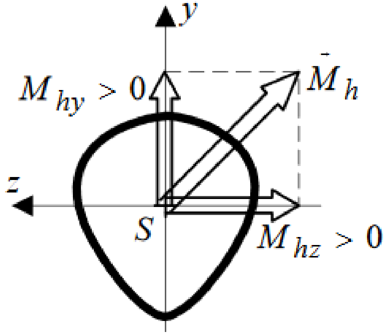


2. Gyakorlati példa nyomásra és hajlításra: beton oszlop feszültségei szélterhelésre.

Ferde hajlítás

<u>Ferde hajlítás</u> (másik definíció): ha az $\vec{M}_h$ nyomatékvektor nem párhuzamos a zérusvonallal.

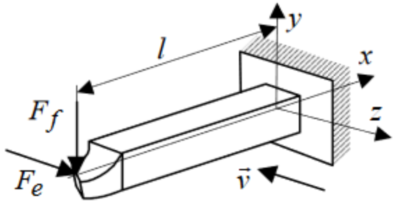
<u>Feltételezés:</u> y,z a keresztmetszet tehetetlenségi főtengelyei.



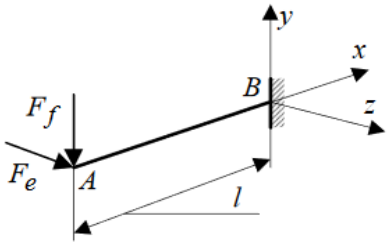
<u>Megoldás:</u>

Az $\vec{M}_h$ hajlítónyomatékot felbontjuk a tehetetlenségi főtengelyek irányába eső koordinátákra:

$$\vec{M}_h = M_{hy}\vec{j} - M_{hz}\vec{k}$$



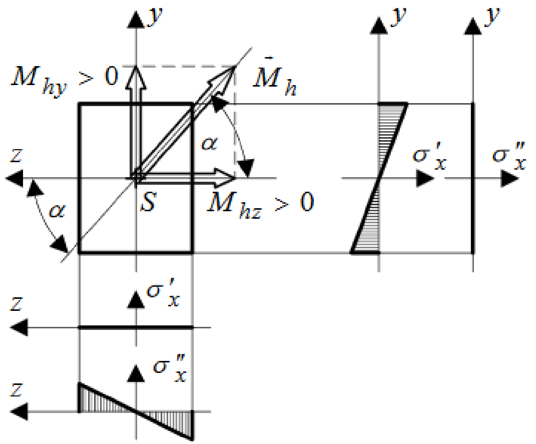
Mechanikai modell: térbeli terhelésű befalazott tartó.



$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

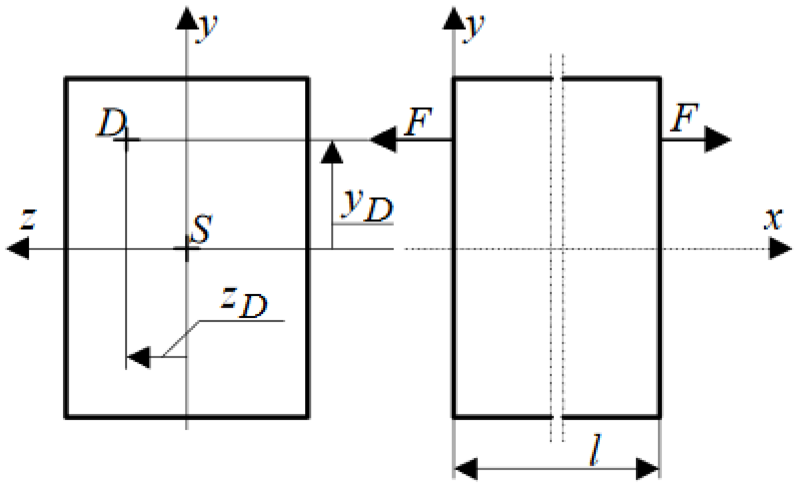
$$\sigma_x = \sigma'_x + \sigma''_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z \,.$$

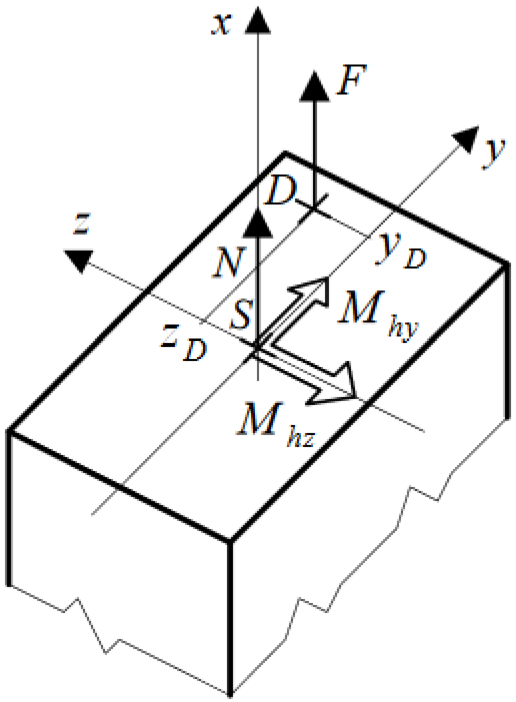
Feszültségeloszlás:



<u>Zérusvonal:</u> $\sigma_x = 0 = \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z$. Az összefüggést átrendezve: $y = y(z) = -\frac{M_{hy}}{M_{hz}} \frac{I_z}{I_y} z = tg\alpha \frac{I_z}{I_y} z = z \cdot tg\beta$, ahol α - az $\vec{M}_h$ nyomatékvektornak a (pozitív) z tengellyel bezárt előjeles szöge, β - a zérusvonalnak a (pozítív) z tengellyel bezárt előjeles szöge.

Excentrikus (külpontos) húzás-nyomás





$$\underline{\underline{F}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \sigma_x = \sigma_{x_N} + \sigma_{x_M} = \frac{N}{A} + \frac{M_{hz}}{I_z} y + \frac{M_{hy}}{I_y} z \,.$$

Az igénybevételeket behelyettesítve: $\sigma_x = \dfrac{N}{A} + \dfrac{N y_D}{I_z} y + \dfrac{N z_D}{I_y} z$

Szilárdságtani méretezési, ellenőrzési elméletek

- Egytengelyű állapot: $\sigma_x \leq \sigma_{meg} = \frac{\sigma_{jell}}{n}$, ahol σ_{jell} a tönkremenetelre jellemző feszültség és n az előírt biztonsági tényező.

- Coulomb elmélet:
  - Akkor következik be a tönkremenetel, ha a legnagyobb normálfeszültség eléri a szakító vagy nyomó szilárdság értékét
  - Rideg anyagok esetén

$$\sigma_{red}(Coulomb) = \max\left(|\sigma_1|, |\sigma_3|\right).$$

- Mohr elmélet:
  - Két általános térbeli feszültségállapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyes, ha a hozzájuk tartozó legnagyobb Mohr-kör átmérője megegyező.
  - A Mohr elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremene-tel bekövetkezését.

$$\sigma_{red}(Mohr) = \sigma_1 - \sigma_3.$$

Szilárdságtani méretezési, ellenőrzési elméletek

- Huber-Mises-Hencky (HMH) elmélet:
  - Két feszültségi állapot tönkremenetel szempontjából akkor azonosan veszélyes, ha torzulási alakváltozási energiájuk megegyezik. A HMH elmélet alakítható anyagok esetén adja meg jól a tönkremenetel bekö-vetkezését. A Mohr és a HMH elmélet szerint számított redukált feszültség csak kis mértékben tér el egymástól.

Az x,y,z koordináta-rendszerben vett feszültségi koordinátákkal:

$$\sigma_{red}(HMH) = \\ = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2+\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2+\left(\sigma_x-\sigma_z\right)^2+6\left(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{xz}^2\right)\right]}.$$

Általában $\sigma_{red}(HMH) \le \sigma_{red}(Mohr)$.

Méretezés általános gondolatmenete

– A rúdszerkezet veszélyes keresztmetszetének (keresztmetszeteinek) megkeresése.

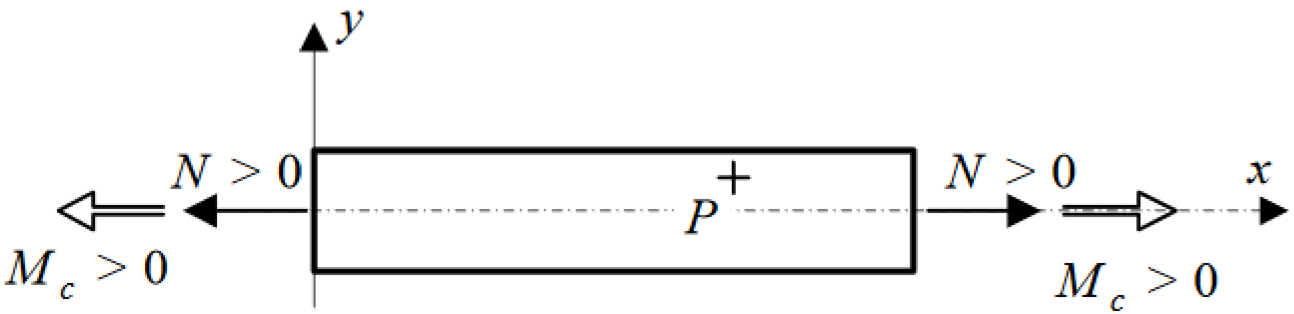
A szerkezetnek az a veszélyes keresztmetszete, ahol az igénybevételek a legnagyobbak.

– A veszélyes keresztmetszeten a veszélyes pontok megkeresése.

A keresztmetszetnek az a veszélyes pontja (pontjai), ahol a σ_{red} redukált feszültség a legnagyobb.

– A veszélyes pontban (pontokban) a méretezés, ellenőrzés elvégzése a $\sigma_{red\,\max} \leq \sigma_{meg}$ összefüggés alapján.

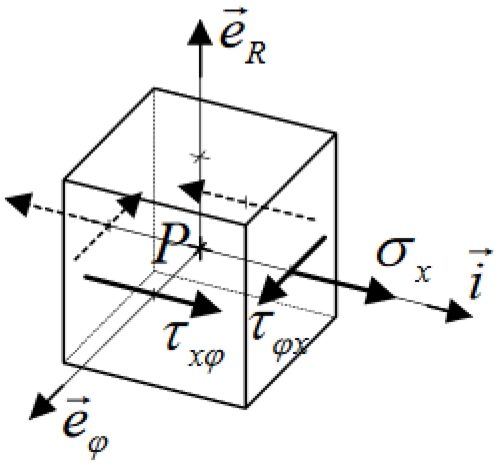
Húzás-nyomás + csavarás



Feszültségi állapot a P pontban:

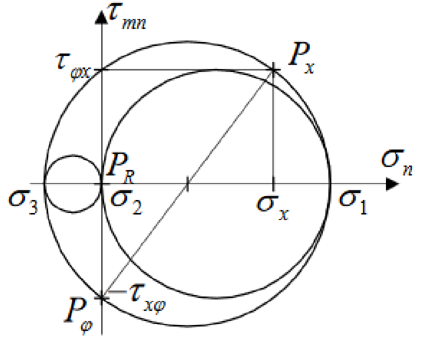
$$\underset{(R\varphi x)}{\left[\underline{\underline{F}}\right]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & \sigma_x \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A}, \quad \tau_{x\varphi} = \frac{M_C}{I_p} R \,.$$



Húzás-nyomás + csavarás

A *Mohr*-féle feszültségi kördiagram a P pontban:



A rúd tetszőleges P pontjában szemlélteti a feszültségi állapotot.

Főfeszültségek a P pontban:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{x\varphi}^2}\,,\quad \sigma_2 = \sigma_R = 0\,,\quad \sigma_3 = \frac{\sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{x\varphi}^2}\,.$$

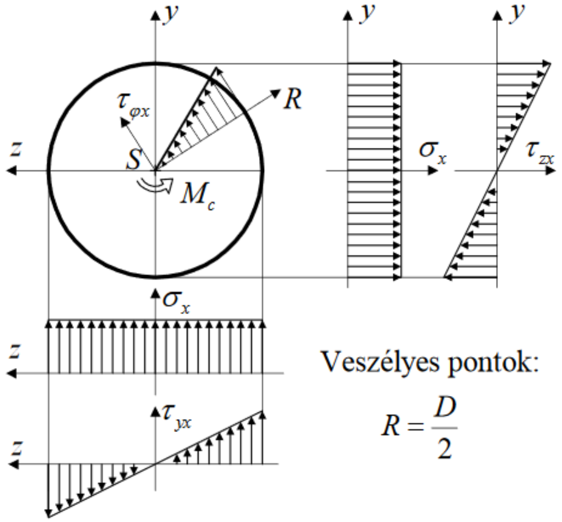
$$\sigma_{red}\left(Coulomb\right) = \max\left(\left|\sigma_1\right|, \left|\sigma_3\right|\right).$$

$$\sigma_{red}(Mohr) = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{x\varphi}^2}\,,\quad \sigma_{red}(Mohr) = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{x\varphi}^2}\,.$$

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_2)^2\right]},$$

$$\sigma_{red}(HMH) = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{x\varphi}^2}\,.$$

Feszültség eloszlás a keresztmetszeten:



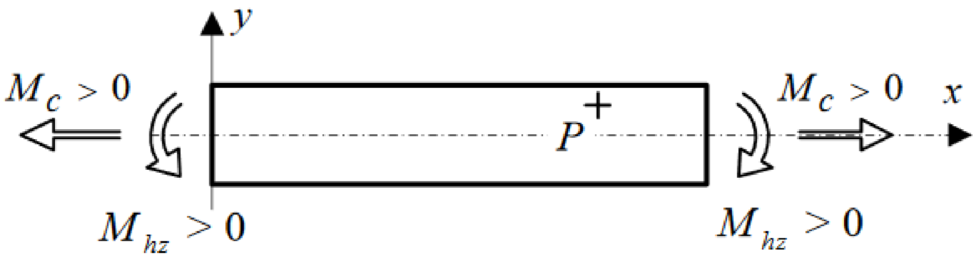
Veszélyes pontok:

$$R = \frac{D}{2}$$

Húzás-nyomás + csavarás

1. Elhanyagoljuk a húzást.
2. Meghatározzuk a szükséges geometriai méreteket csak csavarásra.
3. Kiválasztunk egy szabványos geometriai méretet, amely megfelel a szükséges geometriai méreteknek.
4. A kiválasztott szabványos méretű tartót ellenőrizzük húzás + csavarás eredeti terhelésre.
5. Ha megfelel a tartó, akkor ezt építjük be, ha nem felel meg, akkor választunk egy ennél nagyobb szabványos méretet, és a 4. ponttól ismételjük a procedúrát.

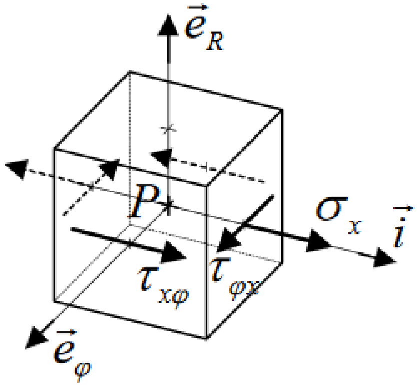
Hajlítás + csavarás

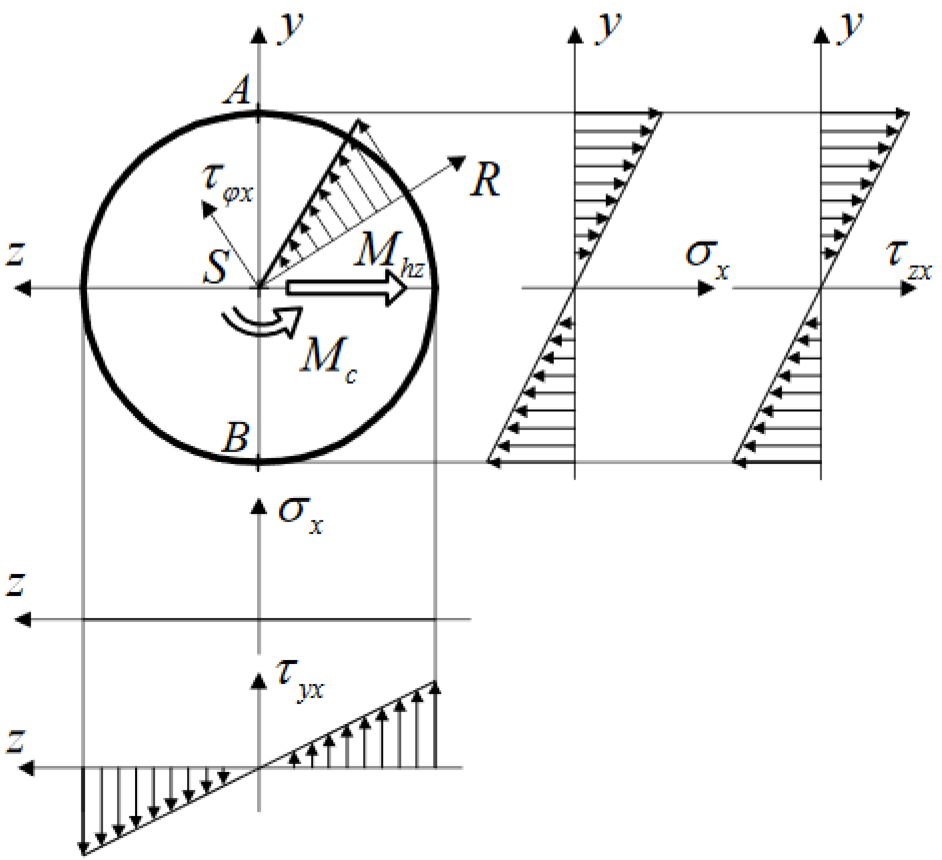


Feszültségi állapot a P pontban:

$$\underset{(R\varphi x)}{\left[\underline{\underline{F}}\right]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & \sigma_x \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y\,, \quad \tau_{\varphi x} = \frac{M_c}{I_p} R$$





Hajlítás + csavarás

$$\sigma_{x\,\max} = \frac{|M_h|}{I_z}\frac{d}{2} = \frac{|M_h|}{K_z}, \qquad \tau_{x\varphi\,\max} = \frac{|M_c|}{I_p}\frac{d}{2} = \frac{|M_c|}{K_p}$$

$$\sigma_{red\,\max}(Coulomb) = \max\left(|\sigma_1|, |\sigma_3|\right)\Big|_{A,B}.$$

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_x^2 + \beta\tau_{x\varphi}^2}, \quad (HMH:\ \beta = 3,\ Mohr:\ \beta = 4.)$$

$$\sigma_{red\,\max} = \sqrt{\left(\frac{M_h}{K_z}\right)^2 + \frac{\beta}{4}\left(\frac{M_c}{K_z}\right)^2} = \frac{M_{red}}{K_z}, \qquad M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{4}M_c^2}.$$

Az M_{red} redukált nyomaték hajlítás és csavarásnál olyan szerepet játszik, mint tiszta hajlításnál a hajlítónyomaték.

Nyírás + hajlítás

Normál feszültség (hajlításból): $\sigma_x = \dfrac{M_{hz}}{I_z} y$

Csúsztató feszültség (nyírásból): $\tau_{yx} = -\dfrac{T_y S_{1z}(y)}{I_z a(y)}$.