



Mechanika alapjai

Szilárdságtan





Tárgy

- A szilárdságtan a fizika, azon belül a mechanika tudományága, mely a szerkezetek és gépek méreteinek meghatározásához szükséges összefüggéseket kutatja.
- A külső hatásoknak, terheléseknek kitett szerkezeti elemek méreteinek számítással történő meghatározása a méretezés. A méretezés célja vagy egy előre tervezett belső feszültség, vagy alakváltozás korlátok között tartása.



Feladata

- A **szilárdságtan feladata** a méretezéshez szükséges eljárások és összefüggések kidolgozása.
- A szilárdságtanban is nyugalomban lévő testeket vizsgálunk, de megengedjük azok rugalmas alakváltozását.
- A külső statikus terhelés következtében a szilárd test **rugalmasan deformálódik**, de a terhelés megszűnte után tökéletesen visszanyeri eredeti alakját, nem szenved maradó alakváltozást.
- A vizsgált szerkezet anyaga:
 - kontinuum (folytonos tömegeloszlású),
 - homogén (fizikai tulajdonságai minden pontban azonosak),
 - izotrop (az anyag minden irányban azonosan viselkedik).



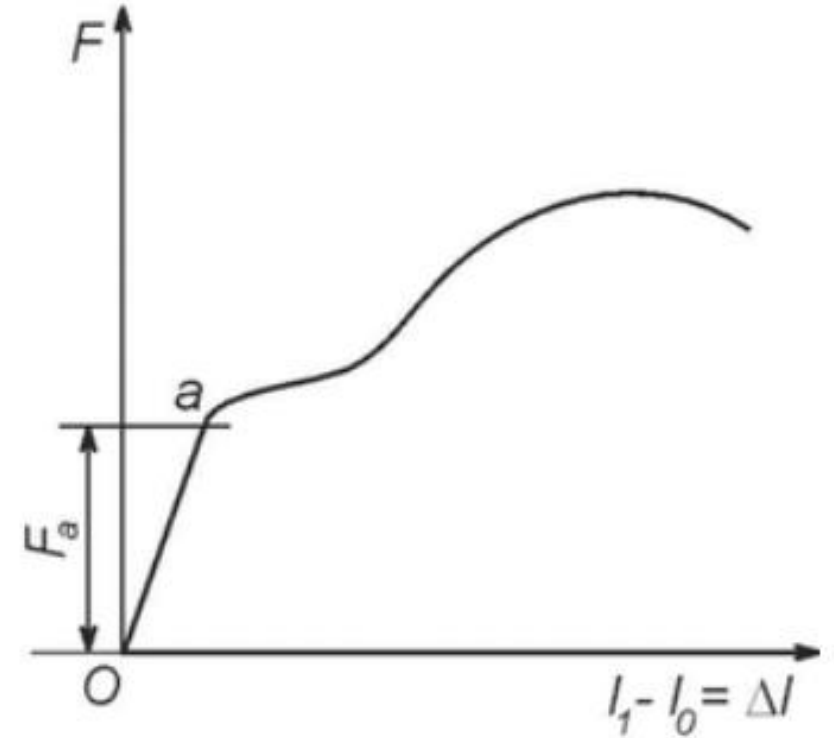
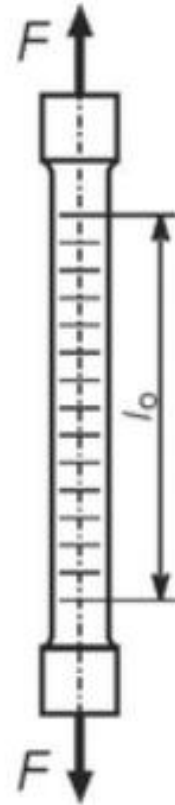
Az anyag szilárdságtani tulajdonságai

- Rugalmasság
- Arányossági szakasz egyenlete (Hooke, 1660)

$$F = c_0 \Delta l.$$

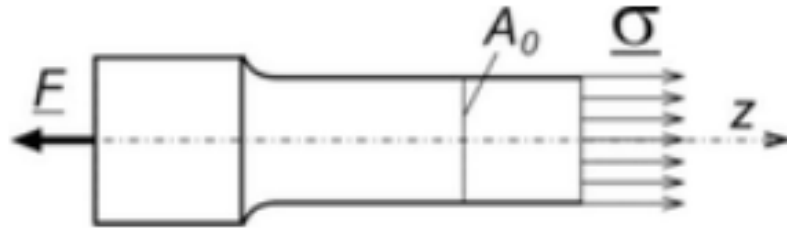
- Fajlagos nyúlás

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}.$$





Fajlagos belső erő



- A rendszer egyensúlyban van, tehát:

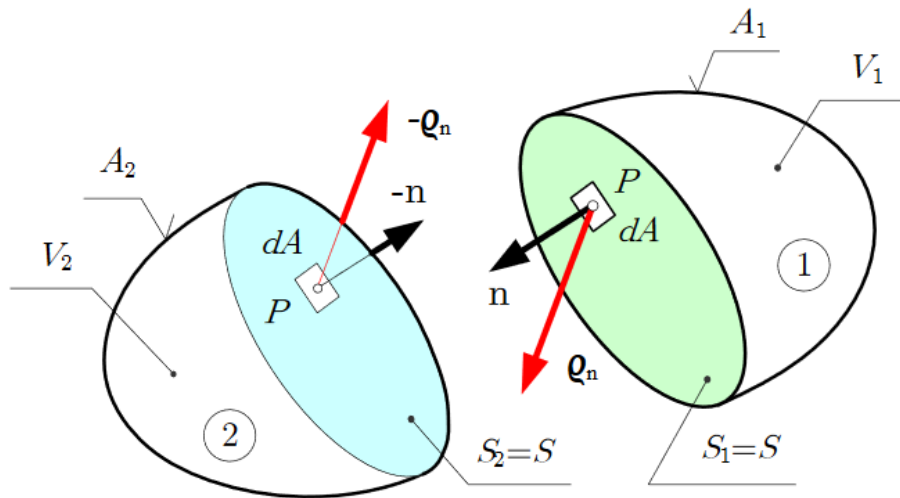
$$\underline{F} + \int_A \underline{\sigma} dA = \underline{0}.$$

- Mivel homogén a keresztmetszet, skalár egyenlet írható fel:

$$-F + \sigma A_0 = 0,$$

- Ami a (belső erők intenzitására) feszültségre rendezve:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}.$$



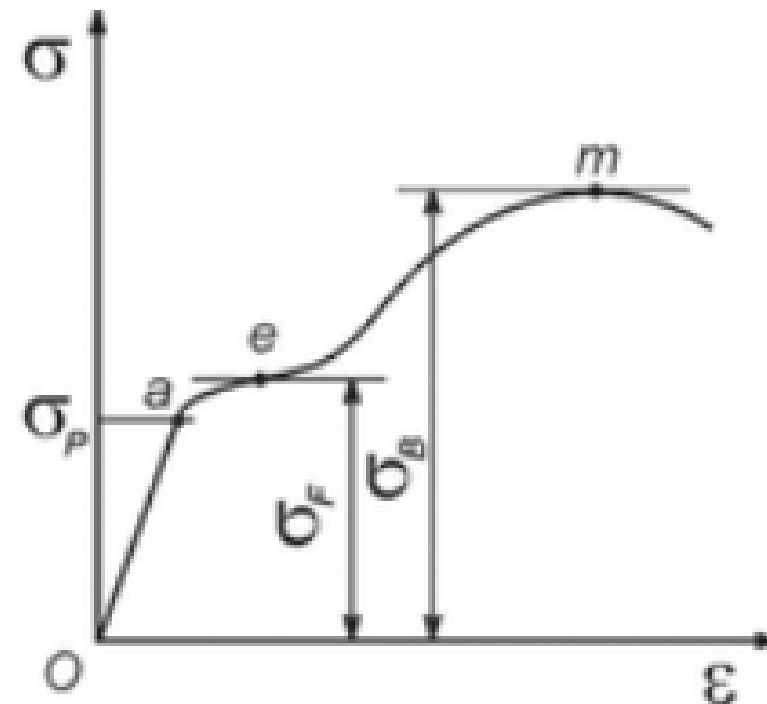


Az egyszerű Hooke-törvény

$$\frac{F}{\Delta l} = c_0.$$

$$\frac{F/A_0}{\Delta l/l_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \text{áll.}$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



σ_p – az arányossági határ,

σ_F – folyási határ (anyagtudományban R_e),

σ_B – szakítószilárdság (anyagtudományban R_m)

Megállapodás szerint a **rugalmassági határ** az a feszültség, mely 0,02% maradó nyúlást eredményez ($\sigma_{0,02}$). **Arányossági határ** a 0,05% maradó nyúláshoz tartozó feszültség ($\sigma_{0,05}$). A **terhelt állapotban mért egyezményes folyáshatár** maradandó nyúlása 0,2% ($\sigma_{0,2}$ vagy $R_{p0,2}$).



Keresztirányú méretváltozás

- A hosszanti és keresztirányú nyúlások ellentétes előjellel szerepelnek

$$\left| \frac{\epsilon_k}{\epsilon} \right| = \nu = \text{áll.}$$

$$\epsilon_k = -\nu \cdot \epsilon.$$



A csúsztatófeszültségek

- A feszültségnek van iránya és hatásvonala, tehát vektormennyiség. Általános esetben a vizsgált keresztmetszettel valamilyen szöget zár be.
- A feszültségvektornak a keresztmetszet normálisának irányába eső skalár vetületét jelöltük σ -val.
- A feszültségvektornak a keresztmetszet síkjába eső – a σ -ra merőleges – skalár vetületét csúsztató vagy nyíró feszültségnek nevezzük, jele a τ .



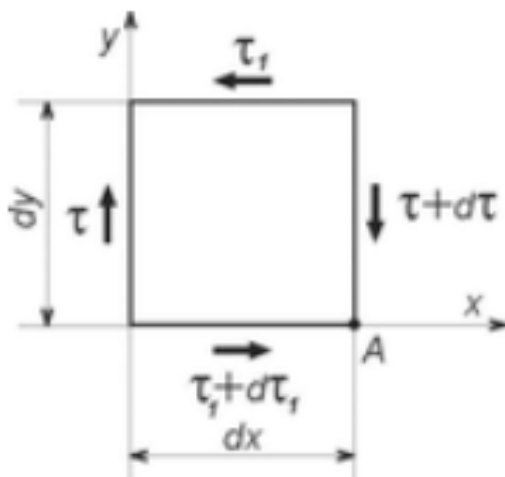
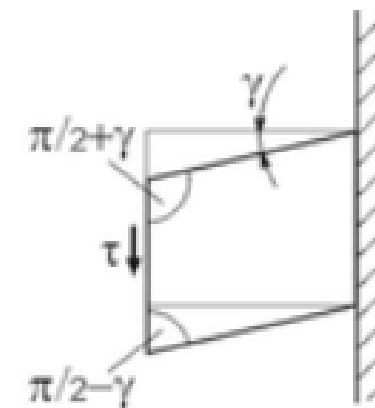
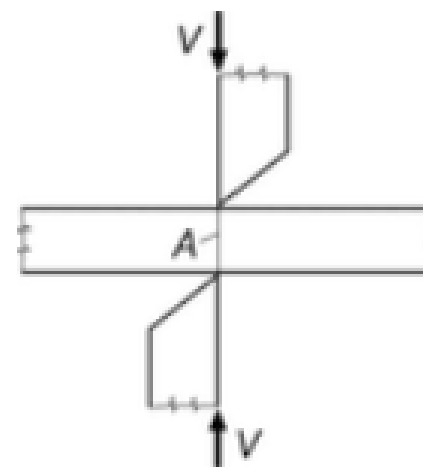
A csúsztatófeszültség

$$\tau = \frac{V}{A},$$

$$\tau = G \cdot \gamma$$

$$V - \int_A \tau dA = 0.$$

$$E = 2G(1 + \nu)$$



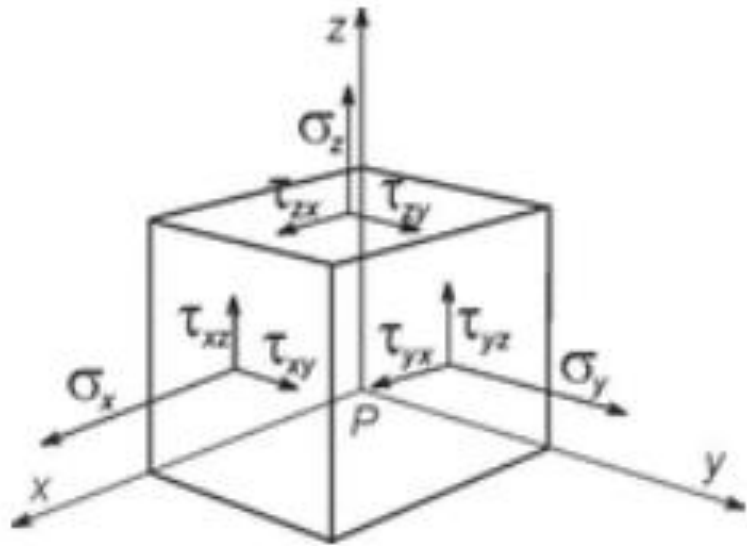
A csúsztató feszültségek dualitása

$$\tau (dydz)dx - \tau_1 (dxdz)dy = 0,$$

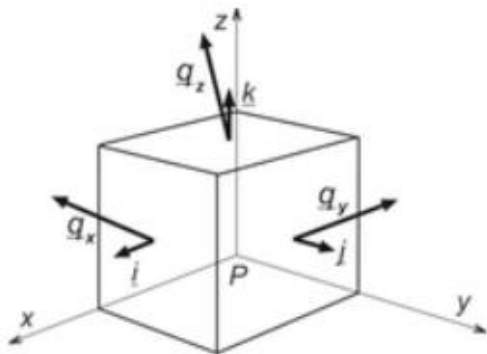
,amiből $\tau = \tau_1$ adódik. A **csúsztató feszültségek dualitásának elve** kimondja, hogy ha valamely síkban τ csúsztató feszültség ébred, akkor a rá merőleges síkban is ébred egy vele azonos nagyságú τ csúsztató feszültség.



Általános feszültségállapot



$$\underline{q}_x = \begin{bmatrix} q_{xx} \\ q_{xy} \\ q_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}, \quad \underline{q}_y = \begin{bmatrix} q_{yx} \\ q_{yy} \\ q_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \sigma_y \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \quad \underline{q}_z = \begin{bmatrix} q_{zx} \\ q_{zy} \\ q_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_z \end{bmatrix}$$

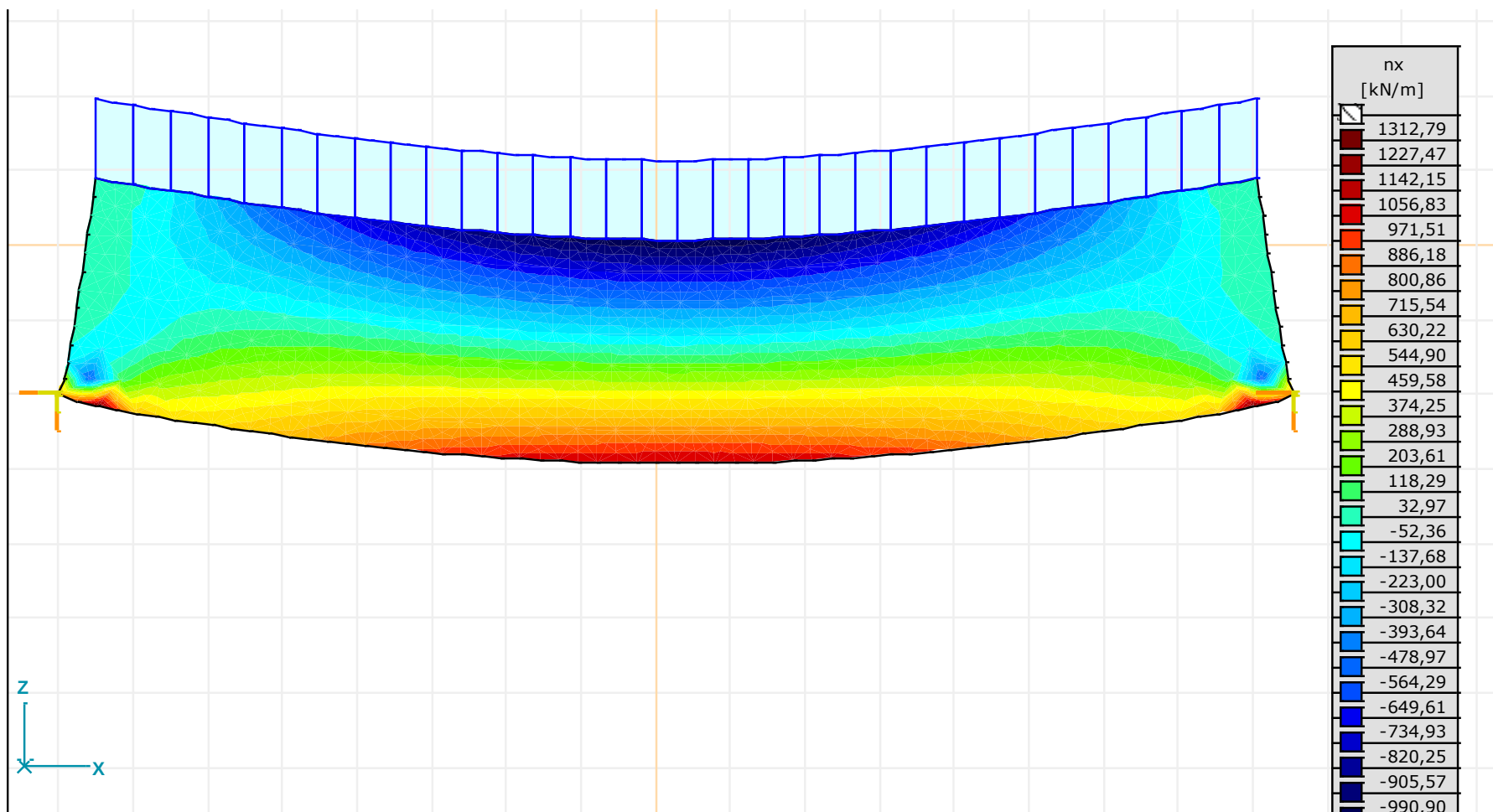


$$\underline{q}_n = \underline{q}_x \underline{n} \cdot \underline{i} + \underline{q}_y \underline{n} \cdot \underline{j} + \underline{q}_z \underline{n} \cdot \underline{k} = \underline{q}_x \cos \alpha + \underline{q}_y \cos \beta + \underline{q}_z \cos \gamma =$$

$$= \begin{bmatrix} \underline{q}_x & \underline{q}_y & \underline{q}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \cos \beta \\ \cos \gamma \end{bmatrix} = \underline{T} \cdot \underline{n},$$



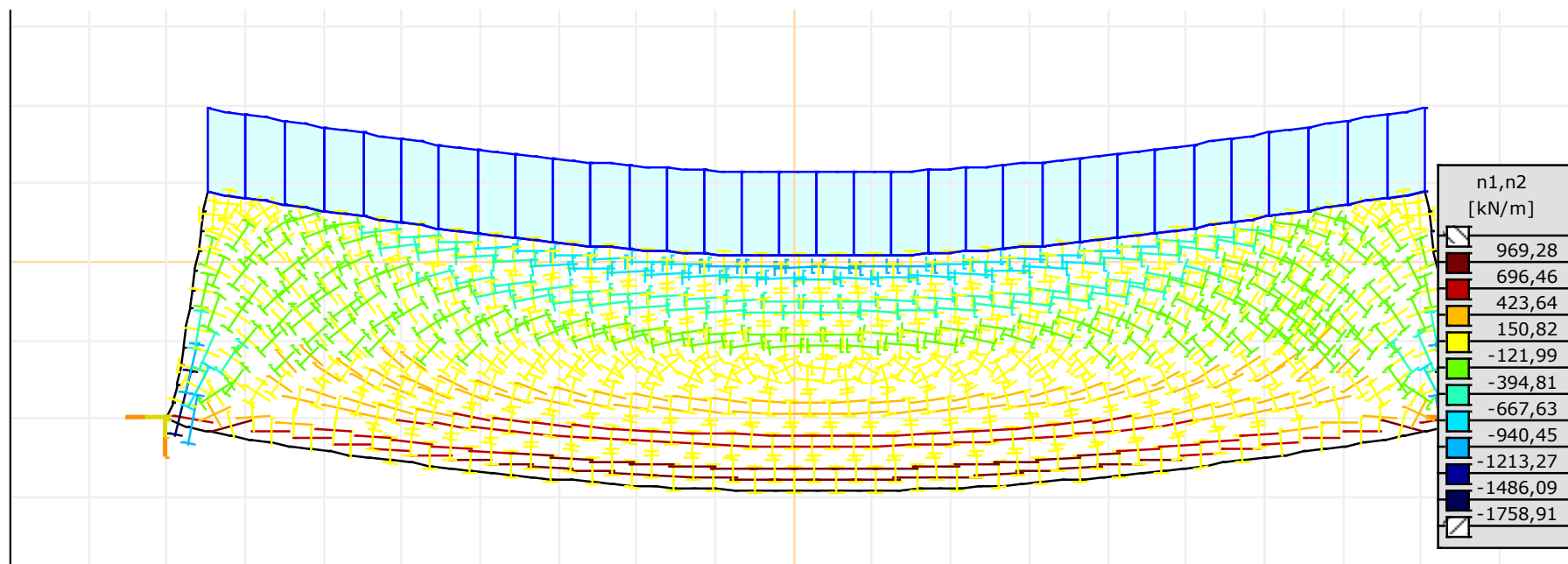
RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSGEI

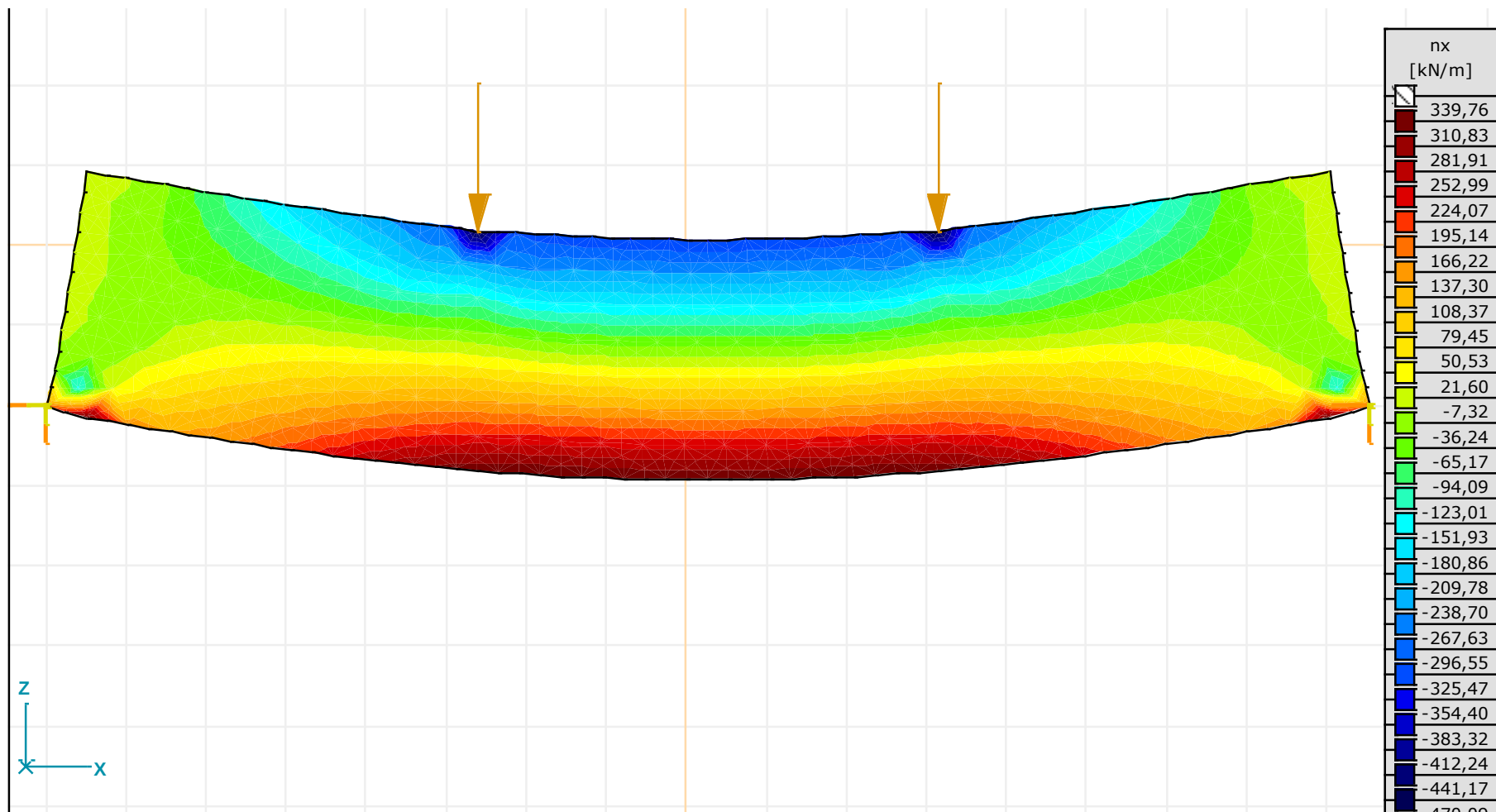
Kéttámaszú tartó feszültségi főirányai egyenletes teherből





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI

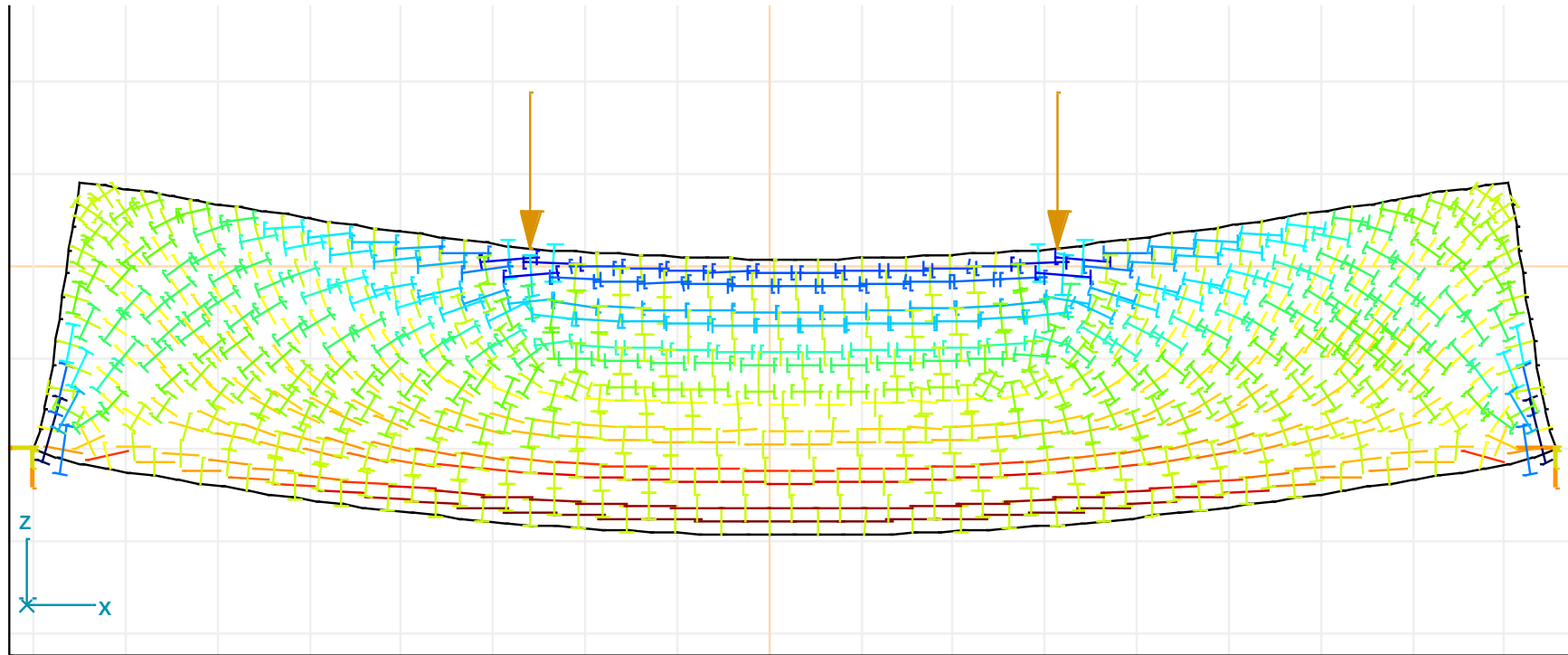
Kéttámaszú tartó **z** irányú feszültségei két koncentrált erőből





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI

Kéttámaszú tartó feszültségi főirányai két koncentrált erőből

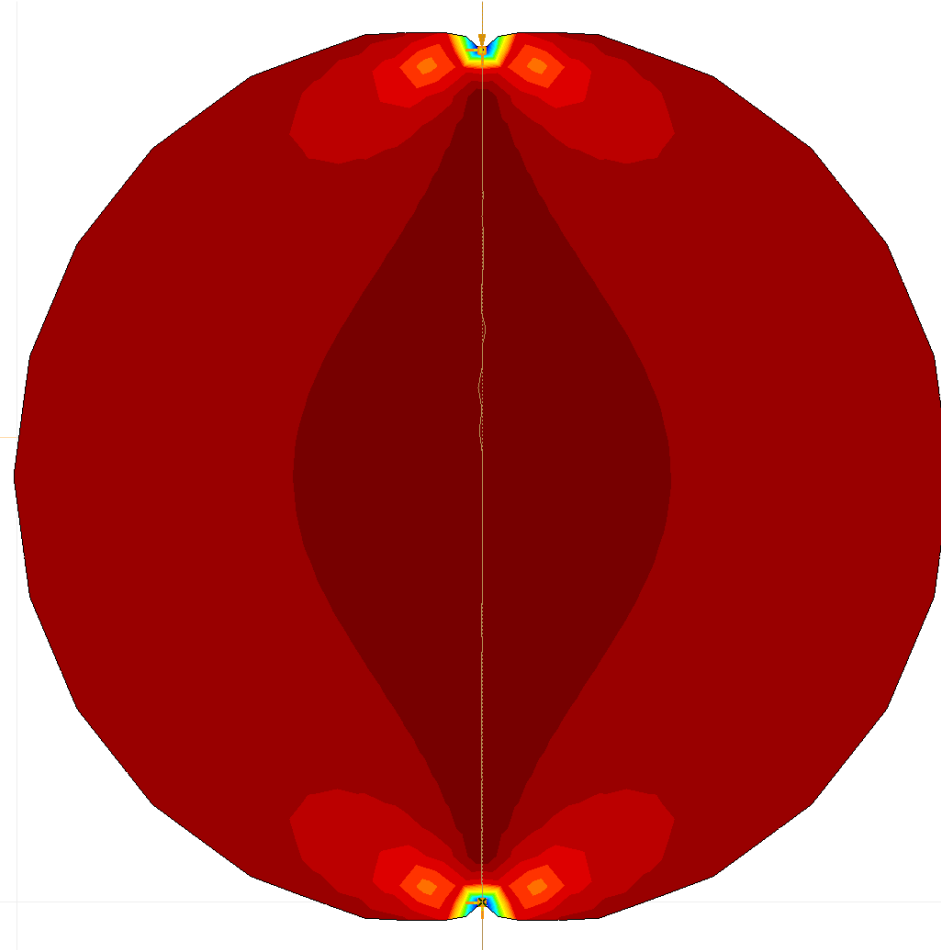




RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI

Hasított henger keresztirányú feszültségei

Stabvány	MSz
Lineáris számítás	
Eset	ST1
E (W)	1,26E-11
E (P)	1,26E-11
E (EP)	1,51E-13
Komp.	nk [kN/m]



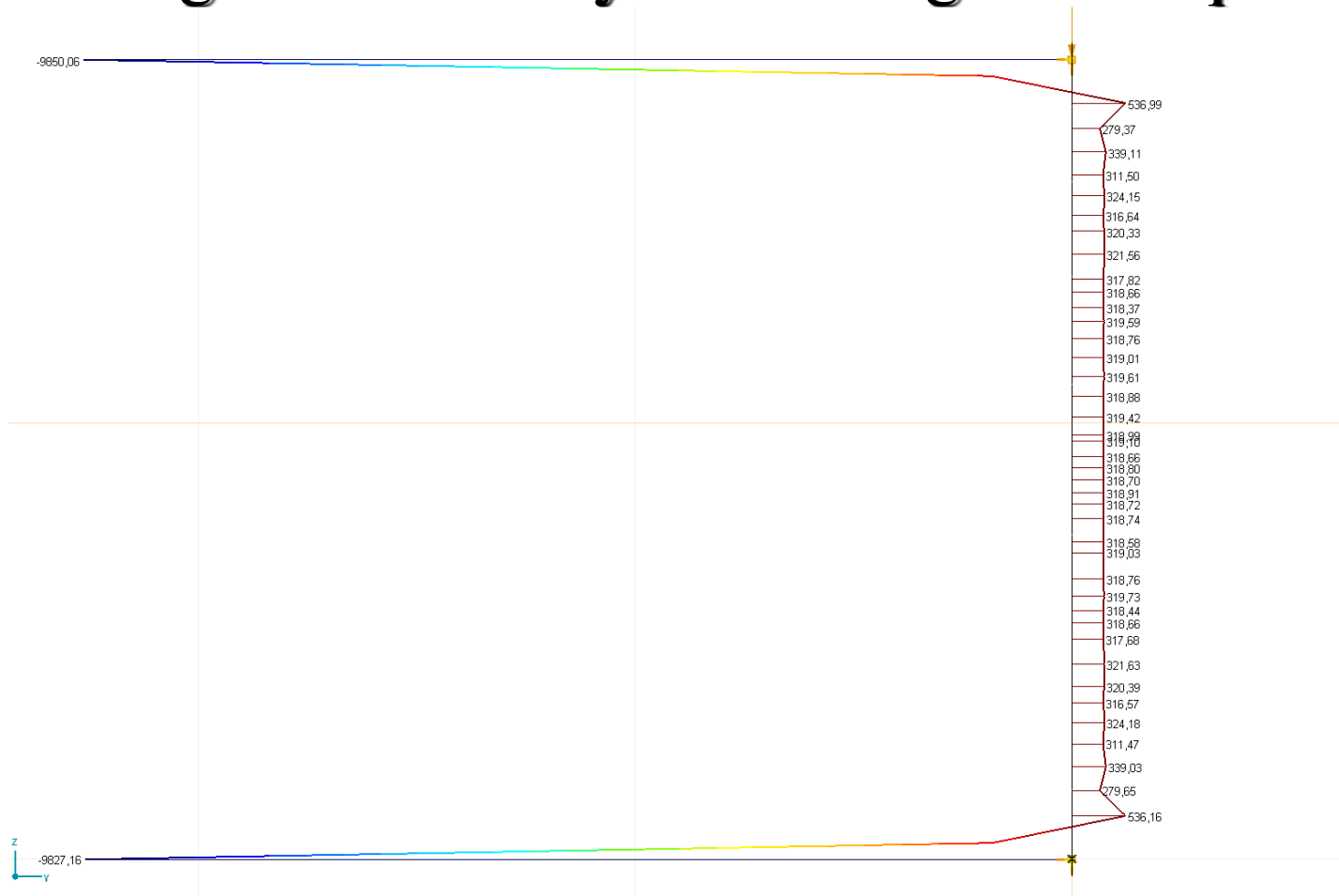
nk	[kN/m]
537,09	
166,12	
-204,85	
-575,92	
-946,79	
-1317,76	
-1688,72	
-2059,69	
-2430,66	
-2801,63	
-3172,60	
-3543,57	
-3914,54	
-4285,51	
-4656,48	
-5027,45	
-5398,42	
-5769,39	
-6140,36	
-6511,33	
-6882,30	
-7253,27	
-7624,24	
-7995,21	
-8366,18	
-8737,15	
-9108,12	
-9479,09	
-9850,06	





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI

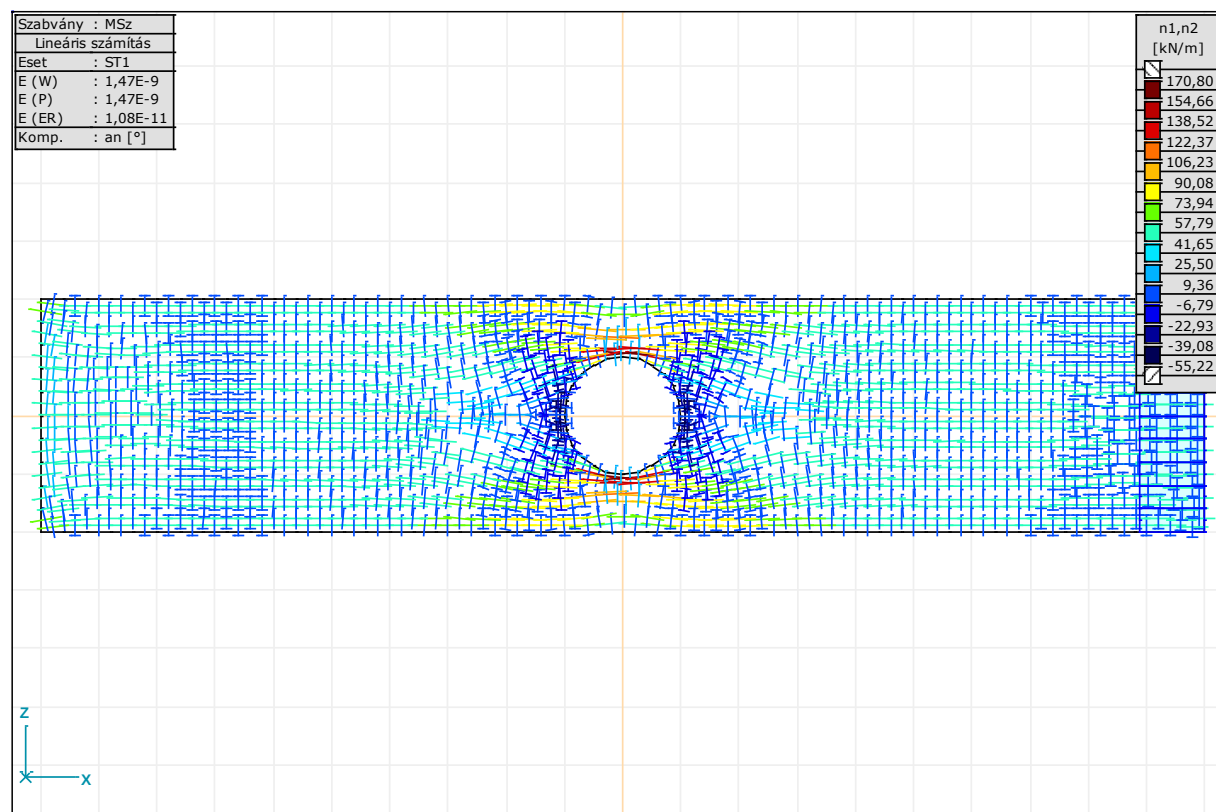
hasított henger keresztirányú feszültségei a középvonalban





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSGEI

húzott, lyukasztott lemez feszültségi főirányai





RÚDSZERKEZET ÁLTALÁNOS PONTJÁNAK FESZÜLTSÉGEI

húzott, lyukasztott lemez z irányú feszültségei

Szabvány	: MSZ
Lineáris számítás	
Eset	: ST1
E (w)	: 1,47E-9
E (p)	: 1,47E-9
E (ER)	: 1,00E+11
Komp.	: nx [kN/m]

nx	[kN/m]
210,53	
195,03	
179,53	
164,03	
148,53	
133,03	
117,53	
102,03	
86,53	
71,04	
55,54	
40,04	
24,54	
9,04	
-6,46	

