



Síkbeli ER egyensúlya

MECHANIKA | oktatas.molnaris.hu

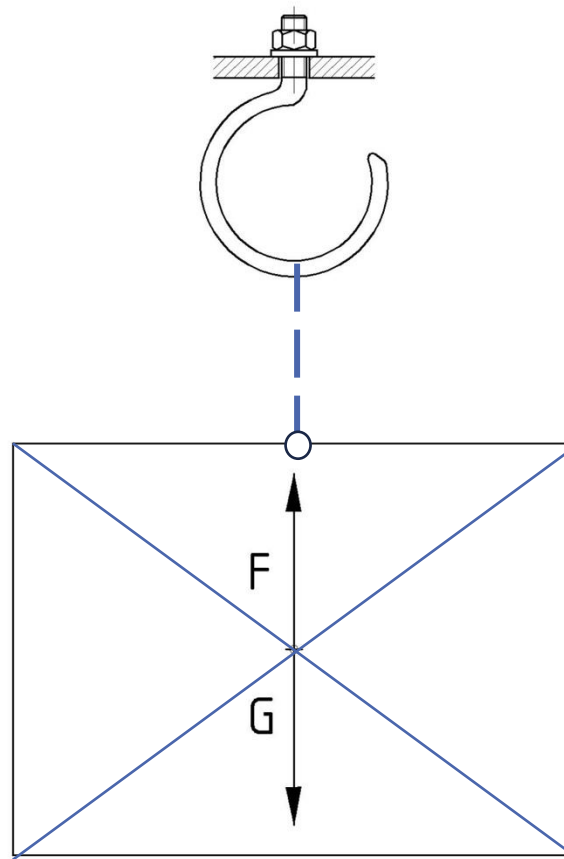
Két erő egyensúlya

Szerkesztési feltételek:

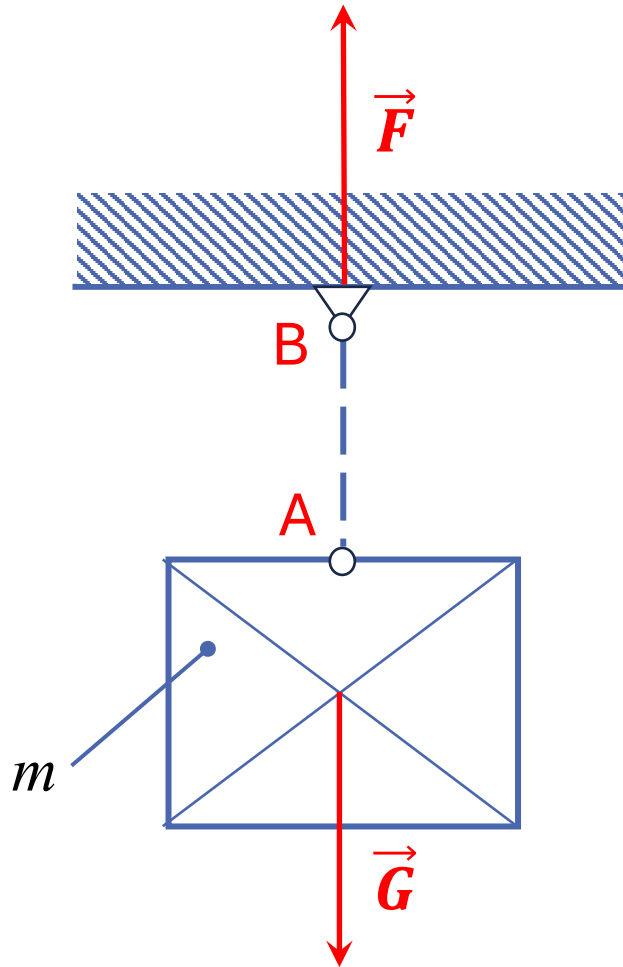
- Közös hatásvonal (irány)
- Egyenlő nagyság
- Ellentétes értelem

Algebrai feltételek:

$$\vec{F} = -\vec{G}$$



Két erő egyensúlya - Példa



Egy $m=250$ kg tömegű ládát ($g=10$ m/s²) egy kötésre függesztünk fel az ábra alapján.
Mekkora erő ébred kötélrögzítési pontjában?

$$\vec{G} = m \cdot g = -250 \cdot 10 = -2500 \text{ N}$$

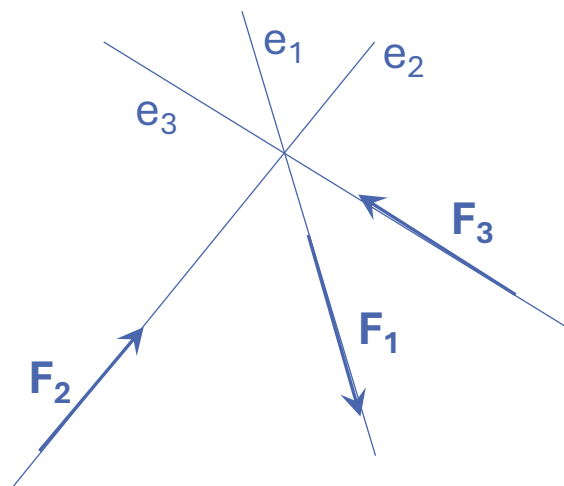
$$\vec{F} = -\vec{G} = -(-2500) = 2500 \text{ N} \uparrow$$

Három erő egyensúlya

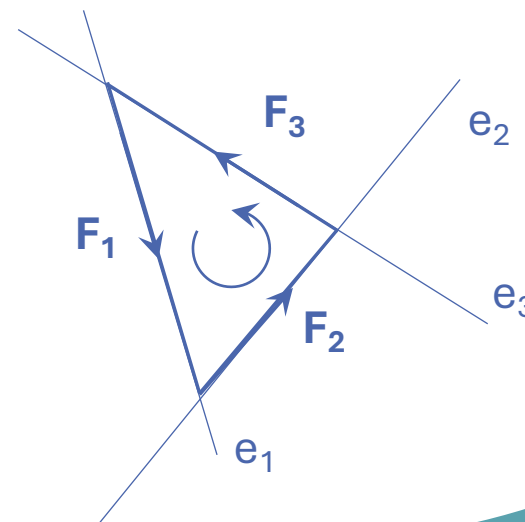
Szerkesztési feltételek:

- Közös pontban metsződnek (szerk-i ábra)
- Zárt vektorháromszöget alkotnak
- A nyílfolyam folytonos legyen a háromszögben

Szerkezeti ábra
(hosszlépték)



Erőábra
(erőlépték)

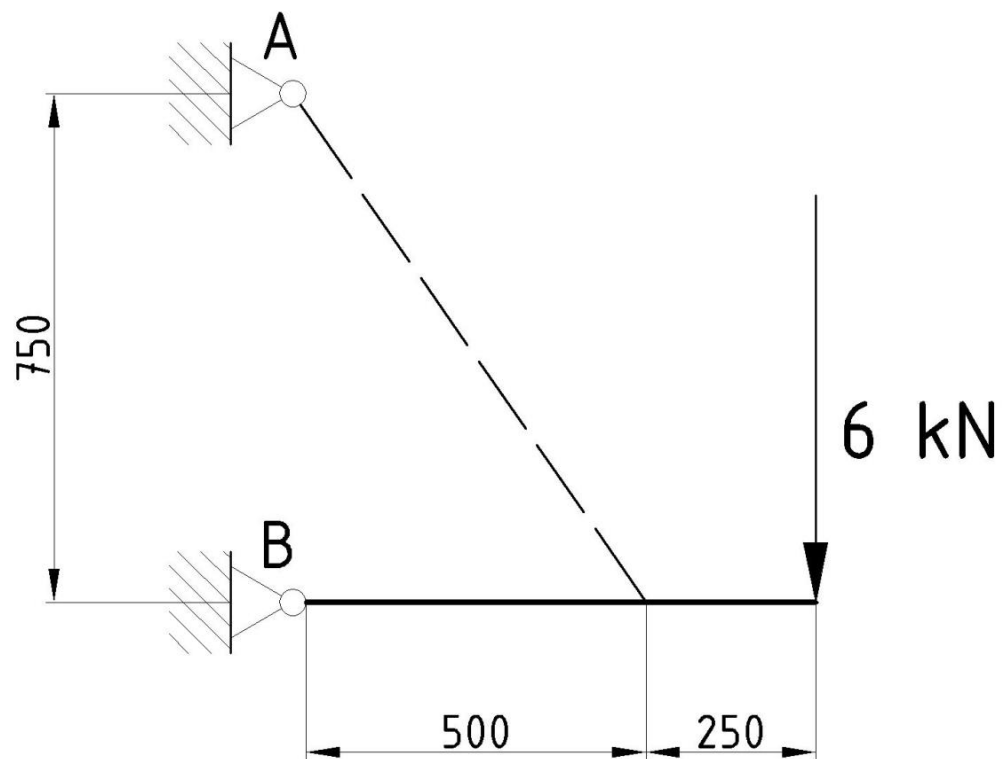


Három erő egyensúlya

Algebrai feltételek:

- Az eredő erő x és y irányú komponense zérus
- Bármelyik pontra felírt nyomaték zérus

Három erő egyensúlya - Példa

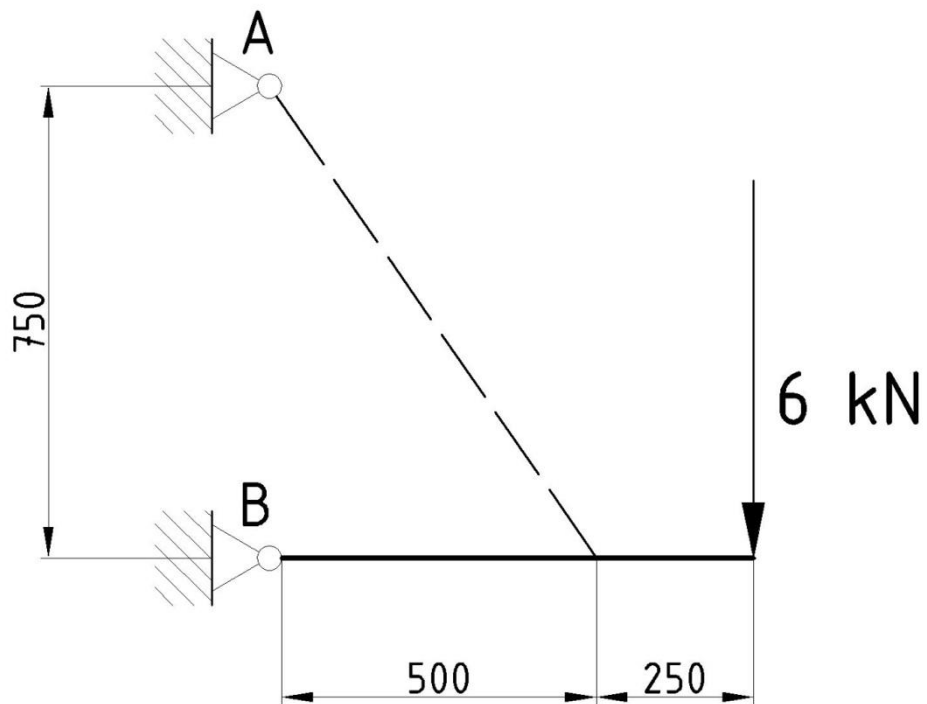


Adott egy rúd, amely egy kötéllel van felfüggesztve és egy F erő hat rá.
Szerkessze meg az A és B pontokban ébredő reakcióerőket, ha szerkezetre ható erők eredője zérus!

Három erő egyensúlya – Példa 1

Szerkezeti ábra

$1 \text{ cm} := 100 \text{ mm}$



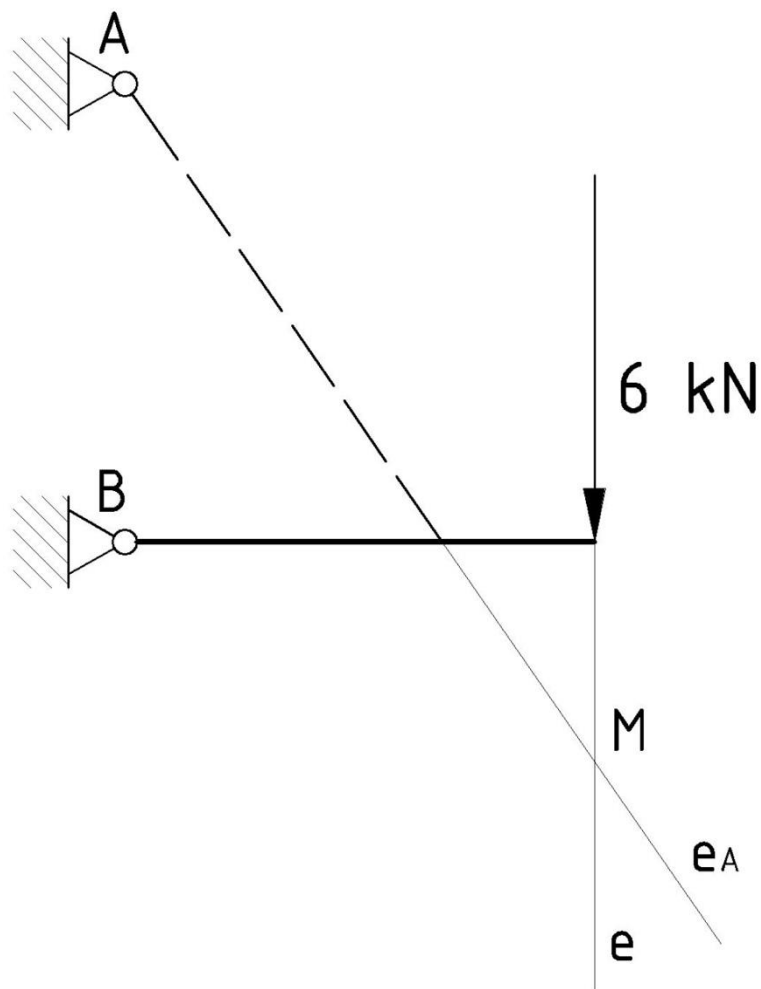
Erőábra

$1 \text{ cm} := 2 \text{ kN}$

Három erő egyensúlya – Példa 2

Szerkezeti ábra

$1 \text{ cm} := 100 \text{ mm}$



Erőábra

$1 \text{ cm} := 2 \text{ kN}$

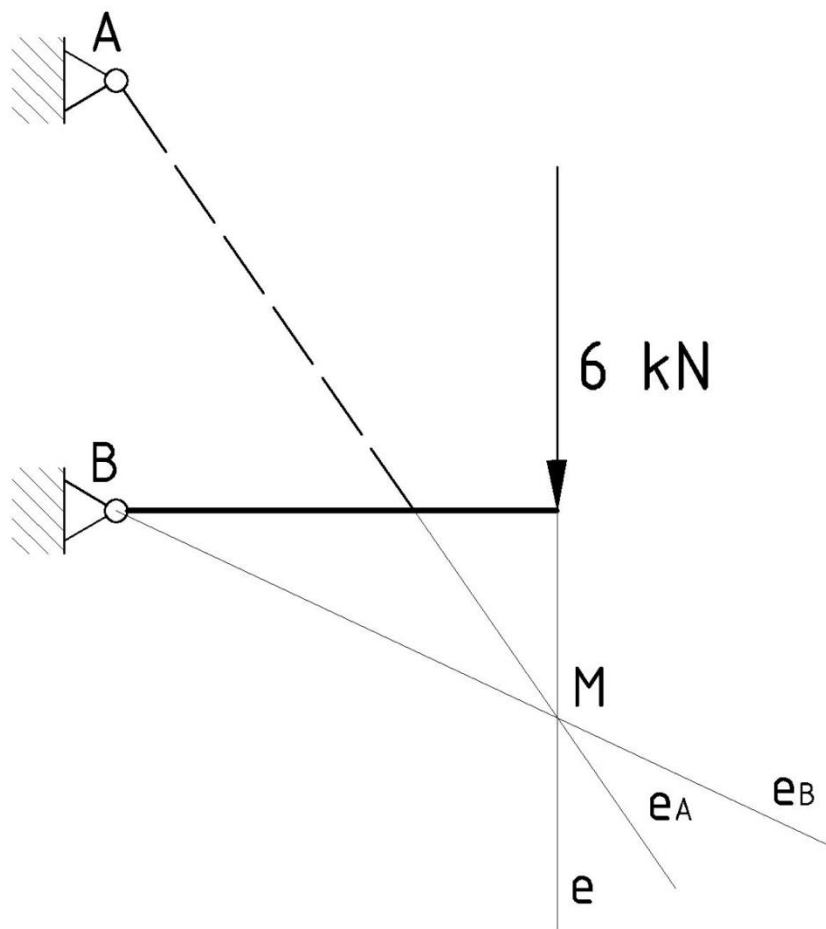
Az erők ismert hatásvonalának berajzolása

- e adott
- e_A pedig a kötél miatt ismert

Három erő egyensúlya – Példa 3

Szerkezeti ábra

$1 \text{ cm} := 100 \text{ mm}$



Erőábra

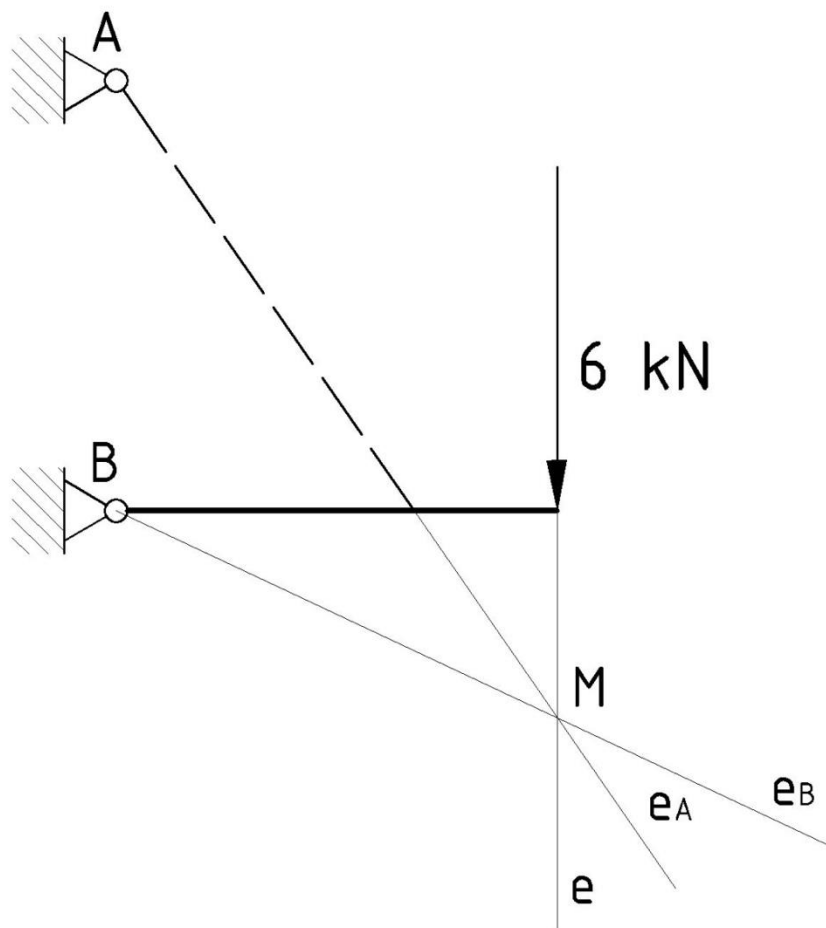
$1 \text{ cm} := 2 \text{ kN}$

e_B hatásvonalának át KELL mennie a közös metszésponton

Három erő egyensúlya – Példa 4

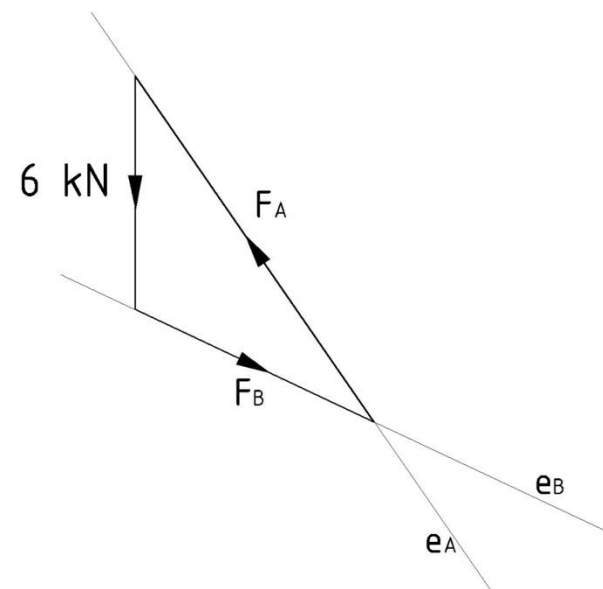
Szerkezeti ábra

$1 \text{ cm} := 100 \text{ mm}$



Erőábra

$1 \text{ cm} := 1 \text{ kN}$

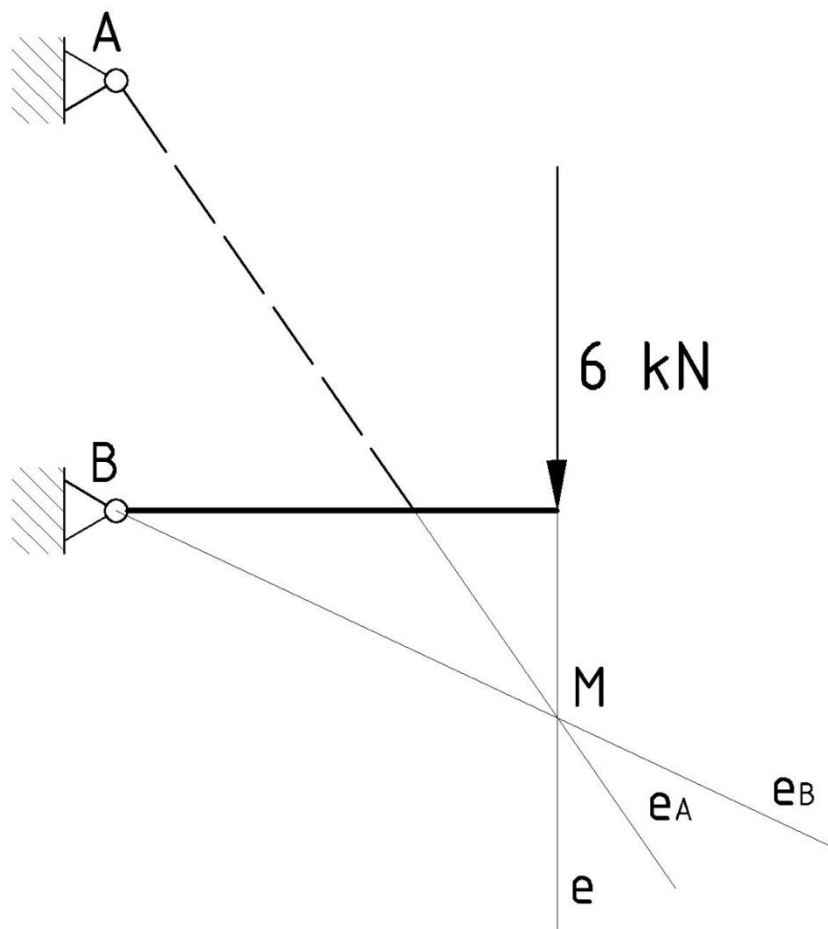


Az ismert erőt felrajzoljuk az erőábrába a másik két hatásvonalat (e_A ; e_B) eltoljuk párhuzamosan az ismert vektor két végpontjába. A nyílfolyam pedig legyen folytonos!

Három erő egyensúlya – Példa 5

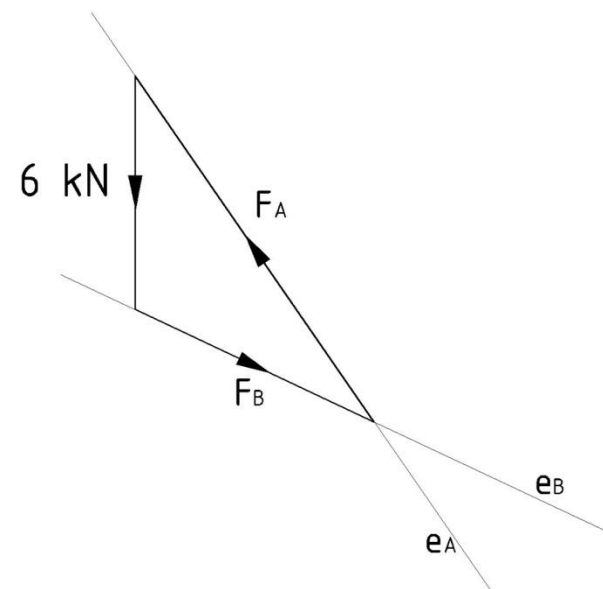
Szerkezeti ábra

$1 \text{ cm} := 100 \text{ mm}$



Erőábra

$1 \text{ cm} := 1 \text{ kN}$

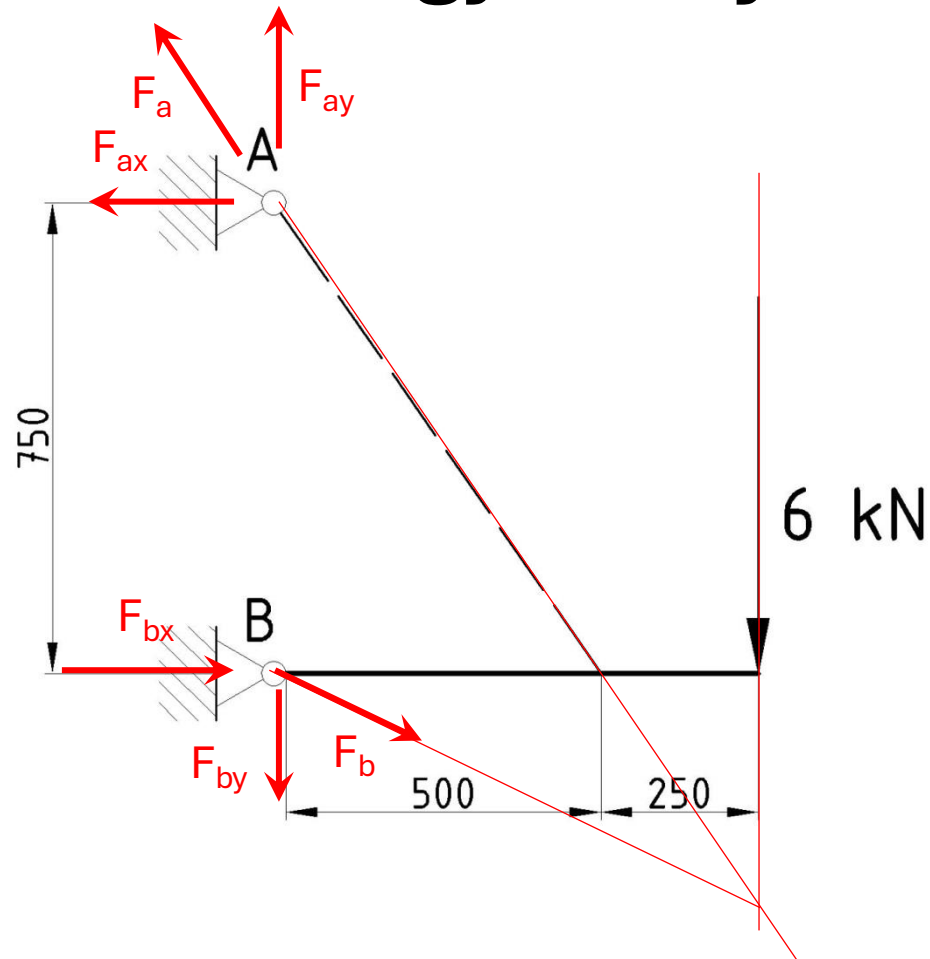


Lemérve az erővektorok hosszát és
visszaszámolva az erőlépték alapján:

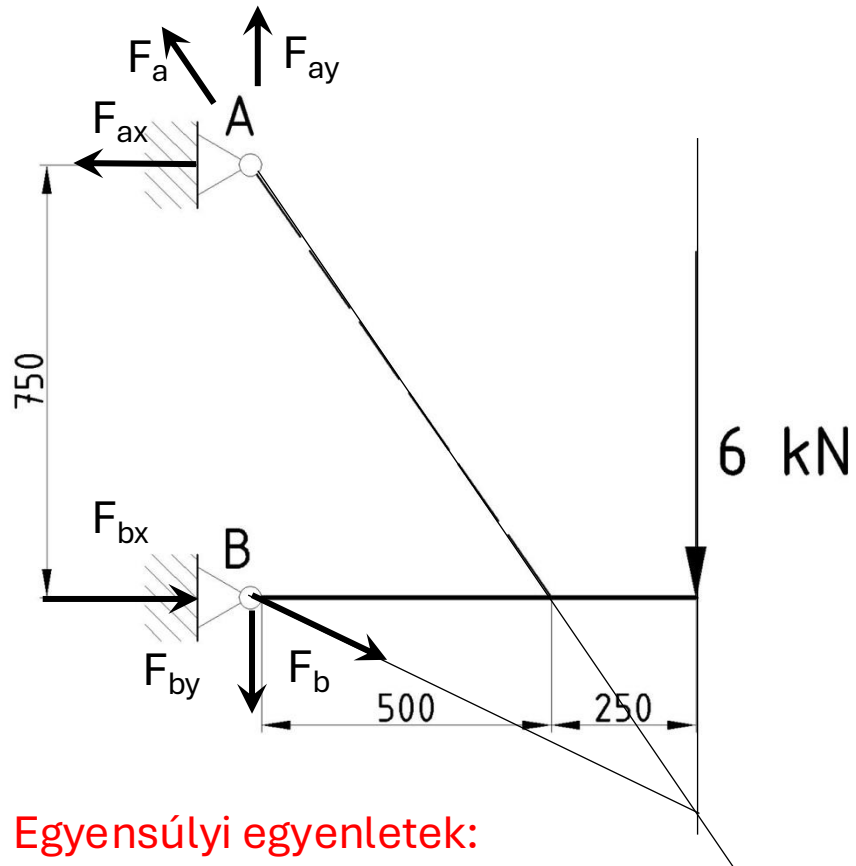
$$F_A: 10,8 \text{ cm} \rightarrow F_A = 10,8 \text{ kN}$$

$$F_B: 6,8 \text{ cm} \rightarrow F_B = 6,8 \text{ kN}$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)

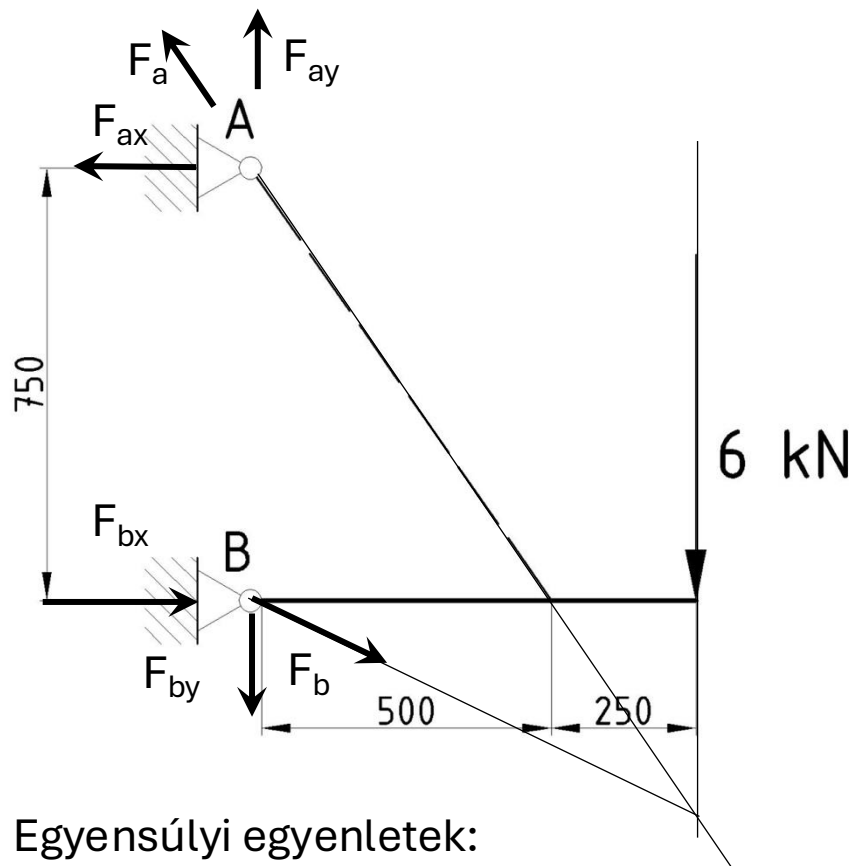


Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

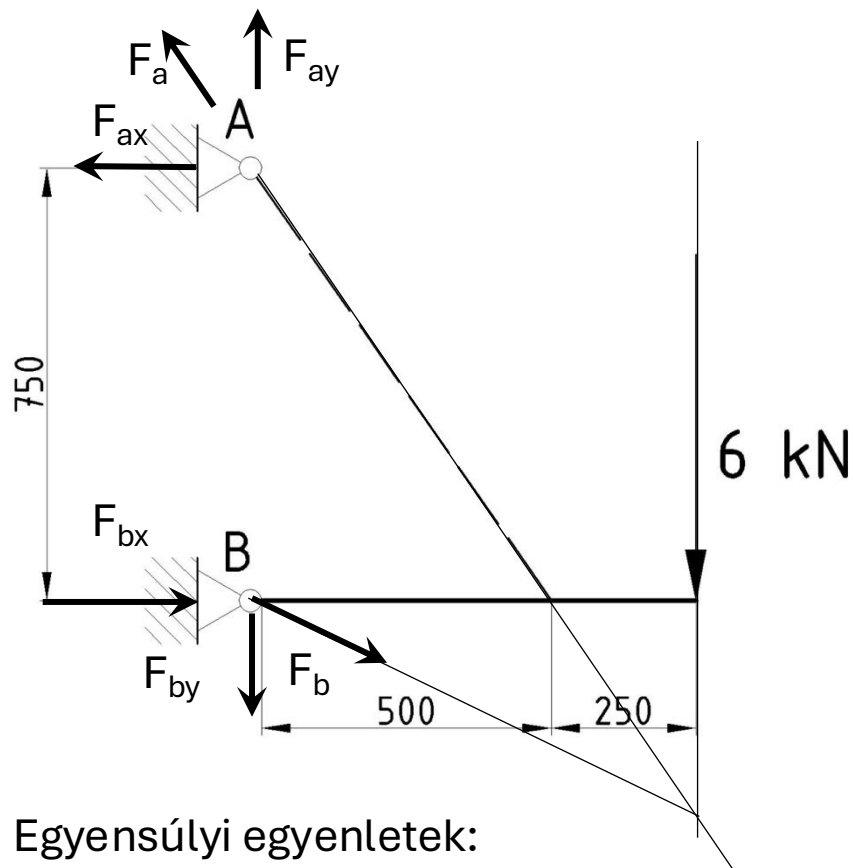
$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = +750 \cdot F_{bx} - (500 + 250) \cdot 6$$

$$F_{bx} = \frac{(500 + 250) \cdot 6}{750} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Visszahelyettesítve az I. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = -F_{ax} + 6 \rightarrow F_{ax} = 6 \text{ kN} \leftarrow$$

Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

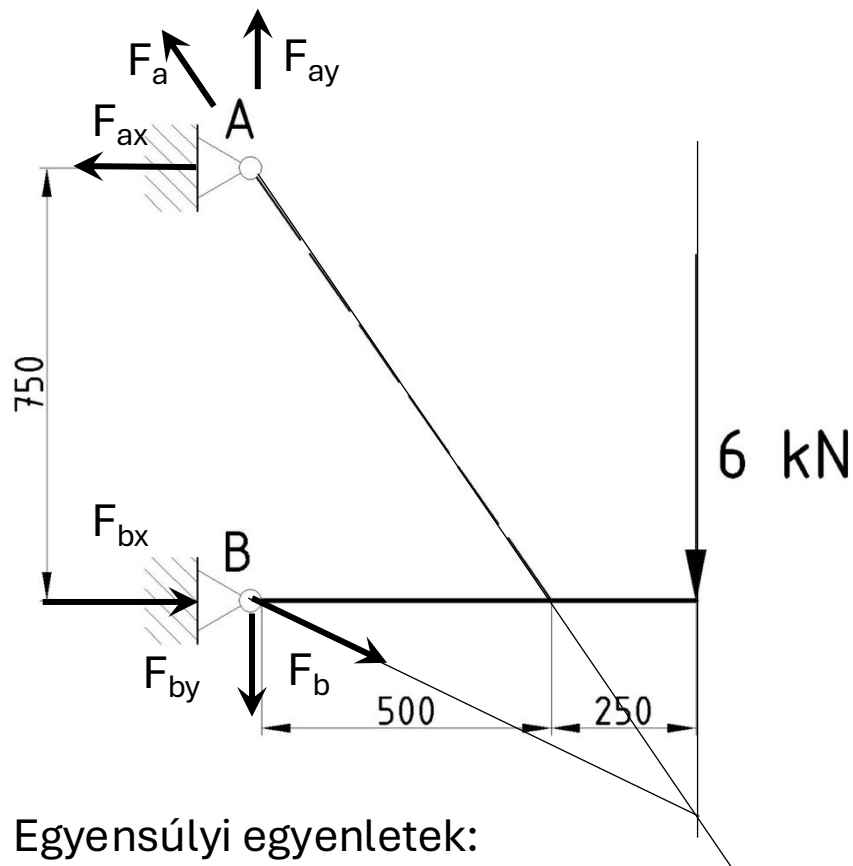
$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = +750 \cdot F_{bx} - (500 + 250) \cdot 6$$

$$F_{bx} = \frac{(500 + 250) \cdot 6}{750} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Visszahelyettesítve az I. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = -F_{ax} + 6 \rightarrow F_{ax} = 6 \text{ kN} \leftarrow$$

Mivel F_A kötélirányú, ezért:

$$\frac{750}{500} = \frac{F_{ay}}{F_{ax}} \rightarrow F_{ay} = \frac{750 \cdot F_{ax}}{500} = 9 \text{ kN} \uparrow$$

Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

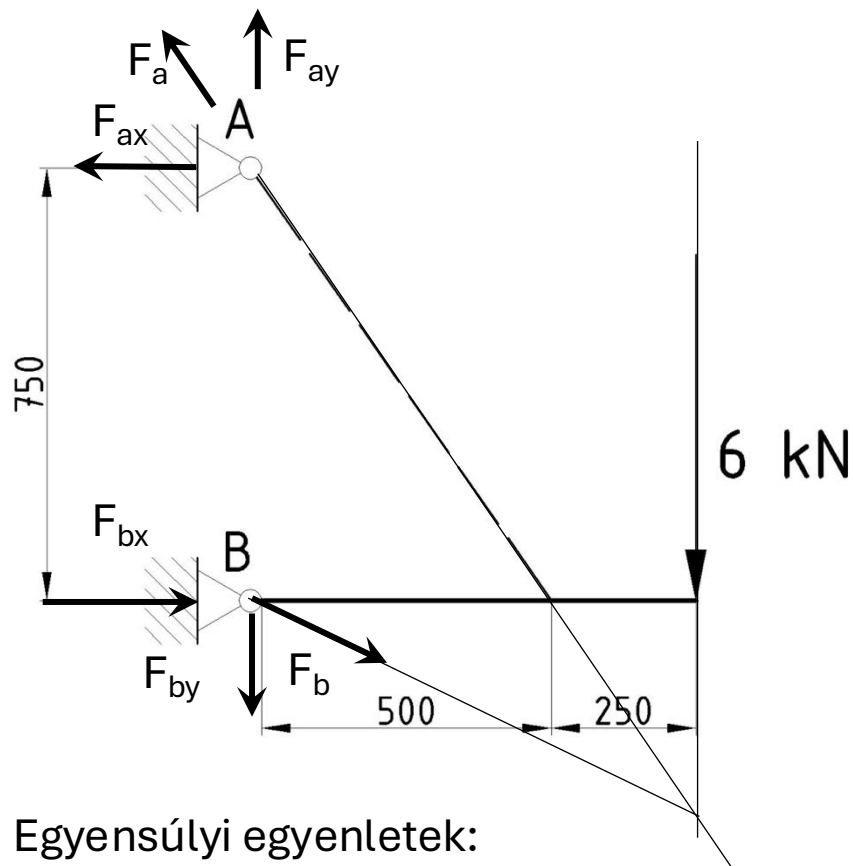
$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = +750 \cdot F_{bx} - (500 + 250) \cdot 6$$

$$F_{bx} = \frac{(500 + 250) \cdot 6}{750} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = +750 \cdot F_{bx} - (500 + 250) \cdot 6$$

$$F_{bx} = \frac{(500 + 250) \cdot 6}{750} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Visszahelyettesítve az I. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = -F_{ax} + 6 \rightarrow F_{ax} = 6 \text{ kN} \leftarrow$$

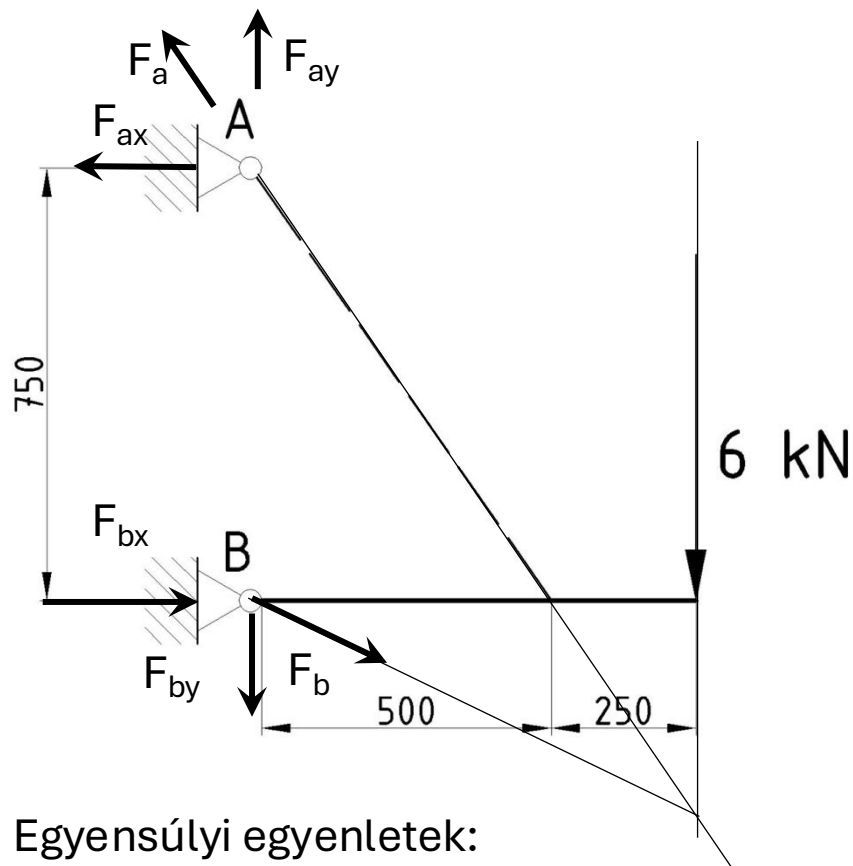
Mivel F_A kötélirányú, ezért:

$$\frac{750}{500} = \frac{F_{ay}}{F_{ax}} \rightarrow F_{ay} = \frac{750 \cdot F_{ax}}{500} = 9 \text{ kN} \uparrow$$

Visszahelyettesítve az II. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = 9 - F_{by} - 6 \rightarrow F_{by} = 3 \text{ kN} \downarrow$$

Három erő egyensúlya – Példa (megoldás számítással)



Egyensúlyi egyenletek:

$$F_{ex} = 0 = -F_{ax} + F_{bx}$$

$$F_{ey} = 0 = F_{ay} - F_{by} - 6$$

Nyomatéki egyenlet:

$$M_a = 0 = +750 \cdot F_{bx} - (500 + 250) \cdot 6$$

$$F_{bx} = \frac{(500 + 250) \cdot 6}{750} = 6 \text{ kN} \rightarrow$$

Visszahelyettesítve az I. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = -F_{ax} + 6 \rightarrow F_{ax} = 6 \text{ kN} \leftarrow$$

Mivel F_A kötélirányú, ezért:

$$\frac{750}{500} = \frac{F_{ay}}{F_{ax}} \rightarrow F_{ay} = \frac{750 \cdot F_{ax}}{500} = 9 \text{ kN} \uparrow$$

Visszahelyettesítve az II. egyensúlyi egyenletbe:

$$0 = 9 - F_{by} - 6 \rightarrow F_{by} = 3 \text{ kN} \downarrow$$

Az erők nagysága és iránya:

$$F_a = \sqrt{F_{ax}^2 + F_{ay}^2} = 10,81 \text{ kN} \nearrow$$

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{F_{ay}}{F_{ax}} = 1,5 \rightarrow \alpha_a = 56,3^\circ$$

$$F_b = \sqrt{F_{bx}^2 + F_{by}^2} = 6,7 \text{ kN} \searrow$$

$$\operatorname{tg} \alpha_b = \frac{F_{by}}{F_{bx}} = 0,5 \rightarrow \alpha_b = 26,6^\circ$$