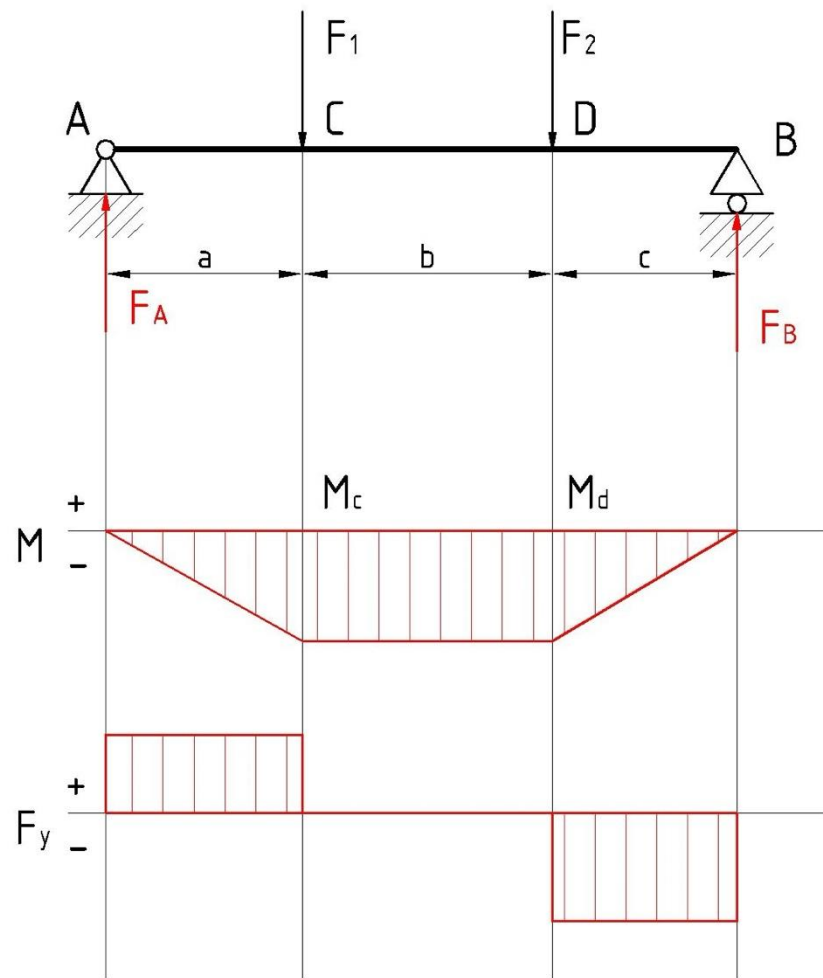




# Hajlítás

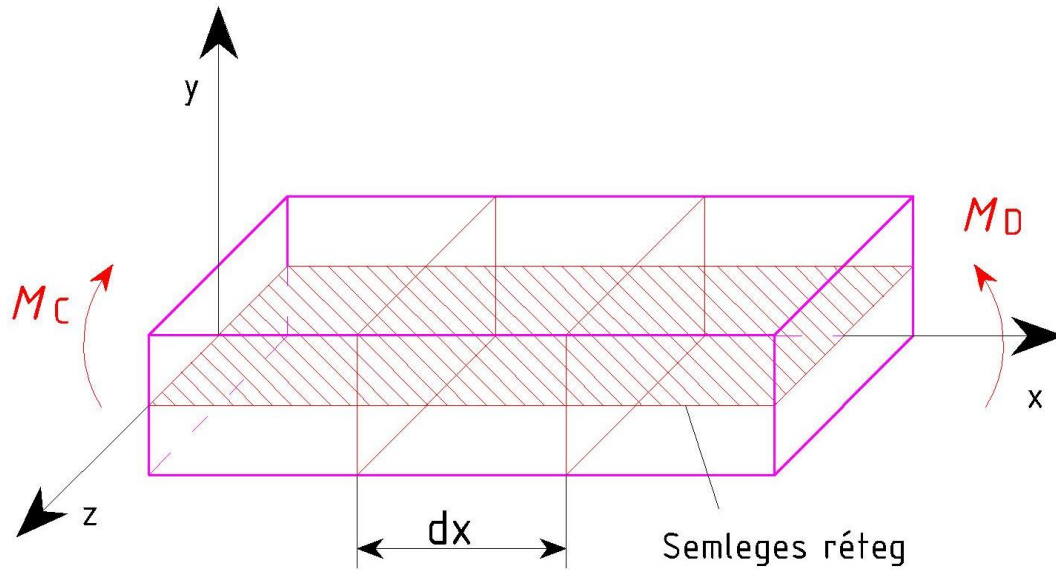
MECHANIKA | [oktatas.molnaris.hu](http://oktatas.molnaris.hu)

# Tiszta hajlítás



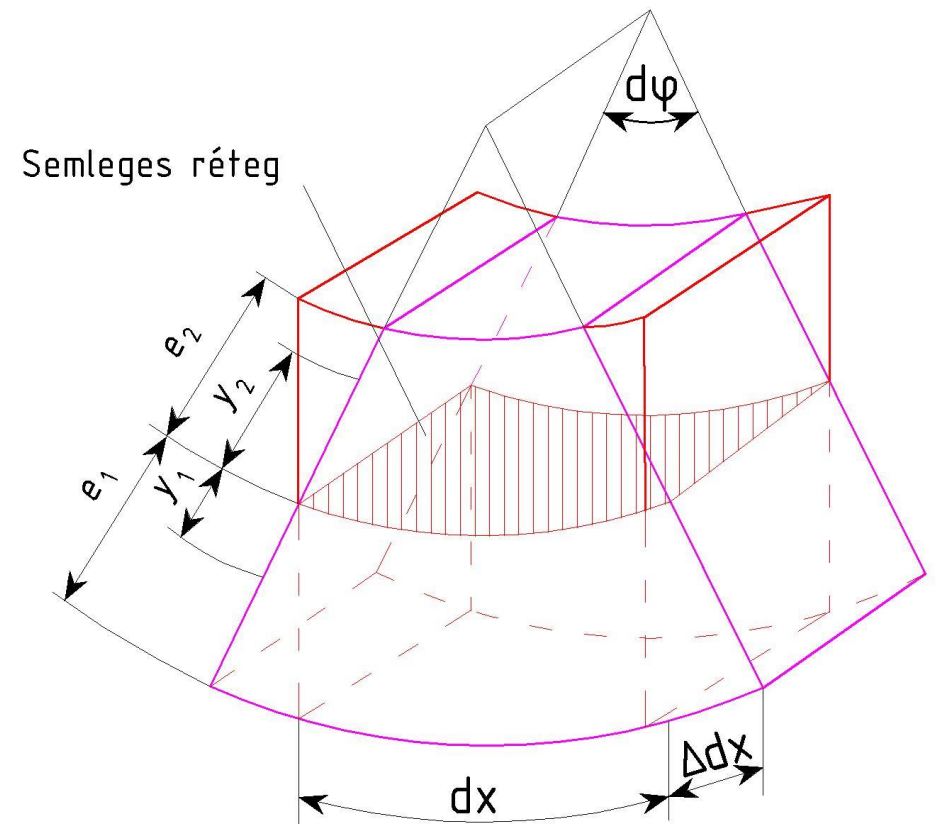
- Gyakori igénybevétel
- Csavarással együtt jelentkezik a gyakorlatban

# Alakváltozás



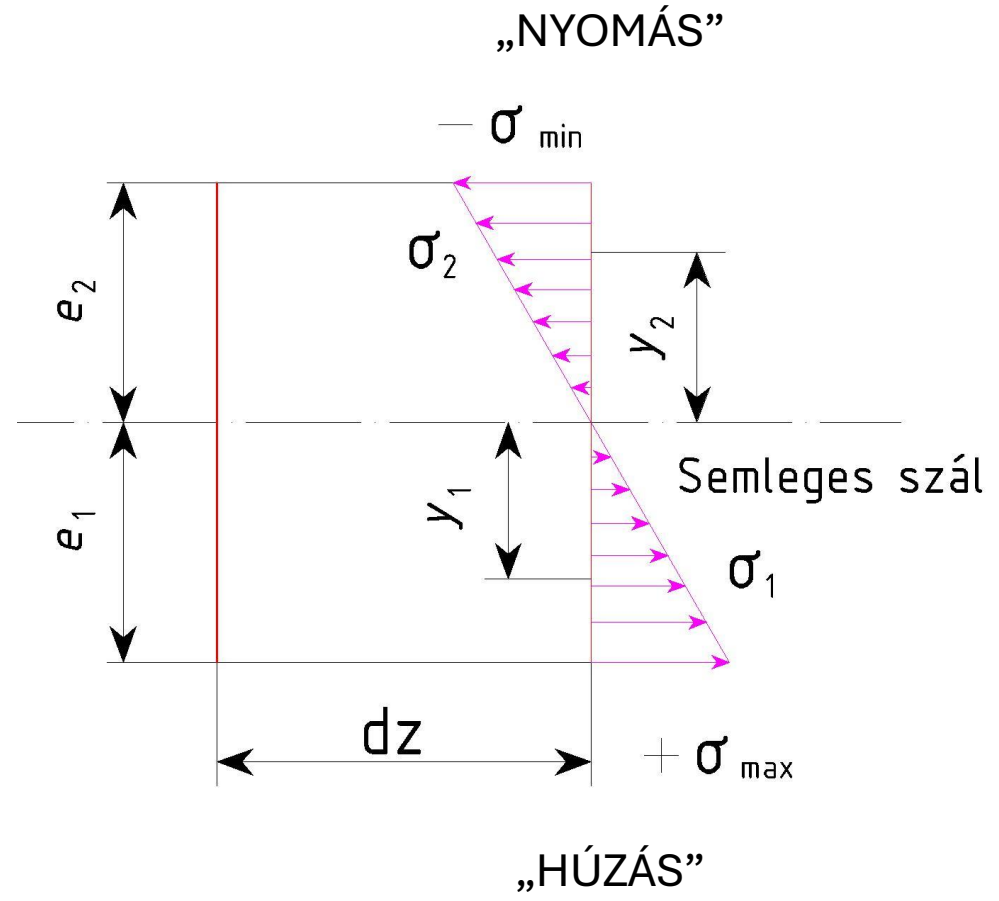
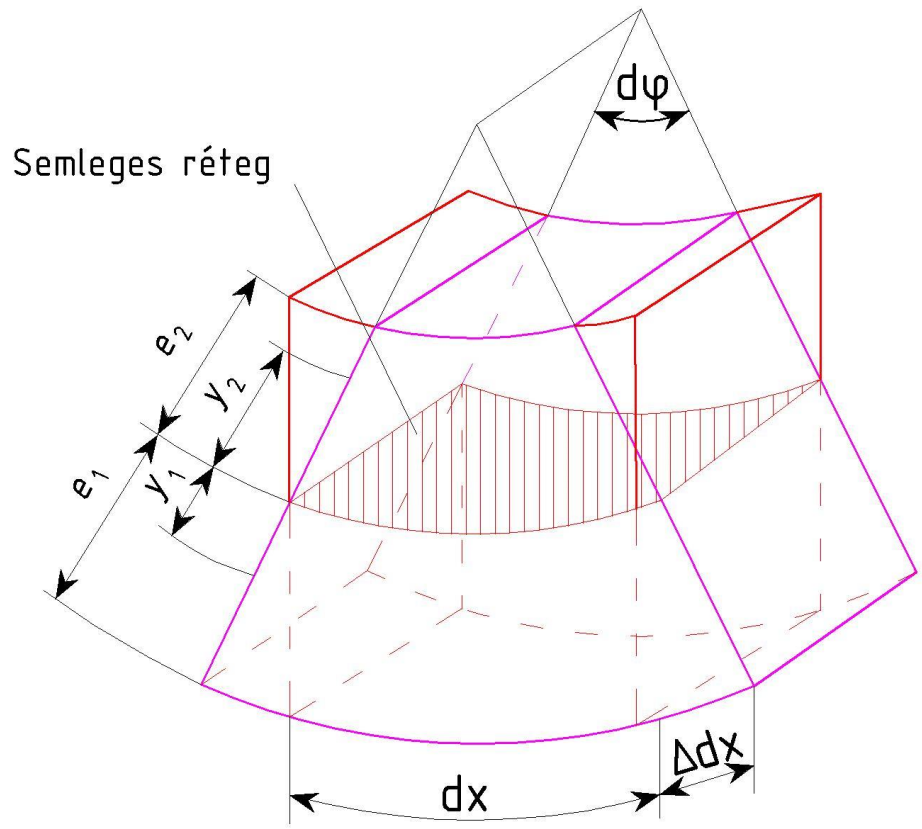
Méretezés során a semleges szálát alkalmazzuk!

A semleges réteg hossza nem változik a hajlítás hatására sem



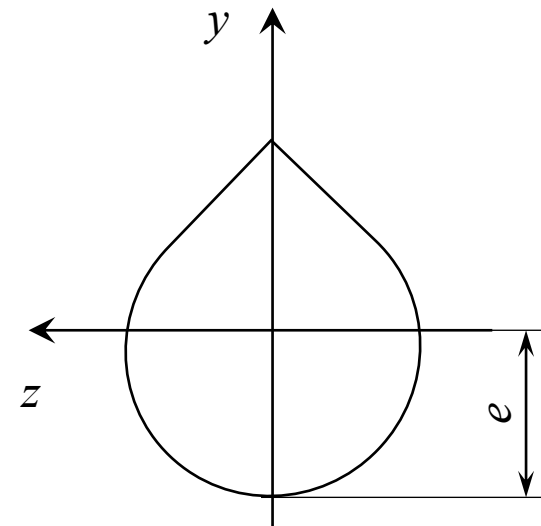


# Feszültség



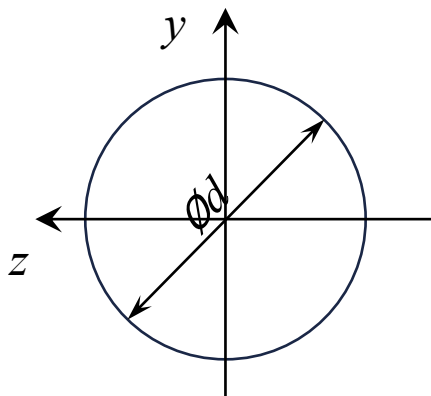
# Keresztmetszeti jellemzők

- Másodrendű/ tehetetlenségi nyomaték
- A hajlítás tengelyére számított geometriai jellemző
- Jele:  $I$
- Mértékegysége:  $\text{mm}^4$
- Keresztmetszeti tényező
- Szimmetrikus KM esetén a  $I$  és a  $e$  összevonható
- Jele:  $K$
- Mértékegysége:  $\text{mm}^3$



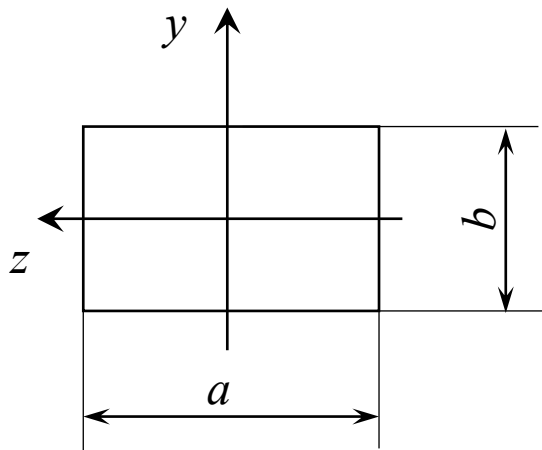
$$K = \frac{I}{e}$$

# I és K néhány KM esetén



$$I_y = I_z = \frac{d^4 \pi}{64}$$

$$K_y = K_z = \frac{d^3 \pi}{32}$$

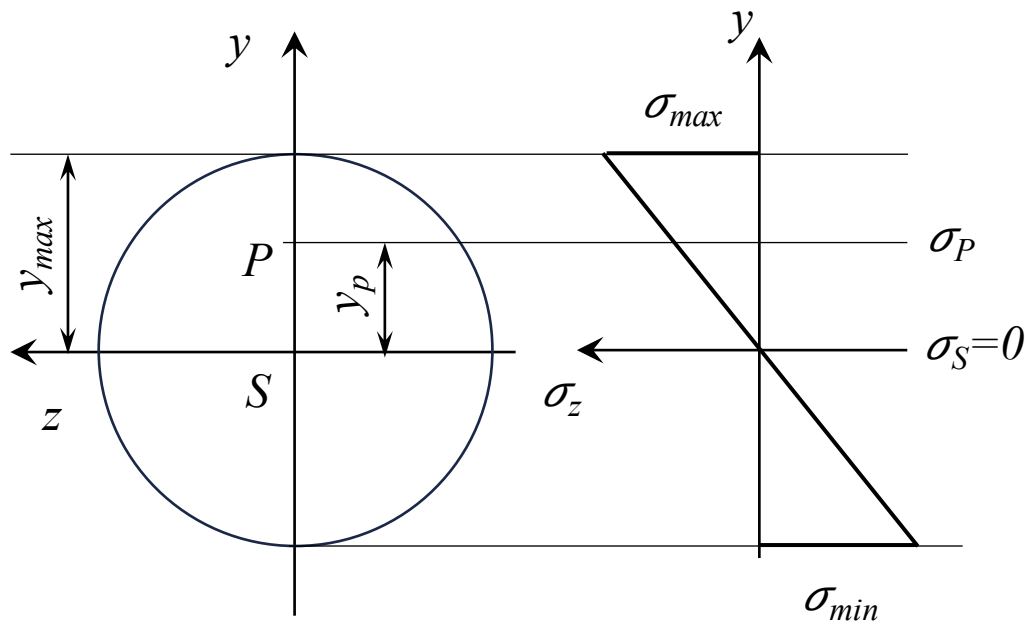


$$I_y = \frac{ba^3}{12} \quad I_z = \frac{ab^3}{12}$$

$$K_y = \frac{ba^3}{12} : \frac{a}{2} = \frac{ba^2}{6}$$

$$K_z = \frac{ab^3}{12} : \frac{b}{2} = \frac{ab^2}{6}$$

# Feszültség meghatározása



$$\sigma_P = \frac{M}{I} y_P$$

$\sigma_P$ : adott pontra számított feszültség [MPa]

M: hajlítónyomaték [Nmm]

I: másodrendű nyomaték [mm<sup>4</sup>]

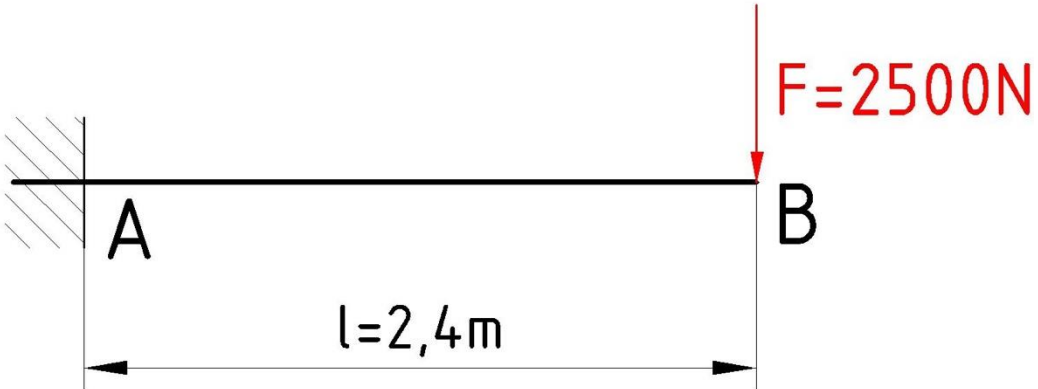
K: keresztmetszeti tényező [mm<sup>3</sup>]

y: vizsgált pont y koordináta [mm]

$$|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}|$$

$$|\sigma_{max}| = |\sigma_{min}| = \frac{M}{I} y_{max} = \frac{M}{K}$$

# Méretezés tiszta hajlításra

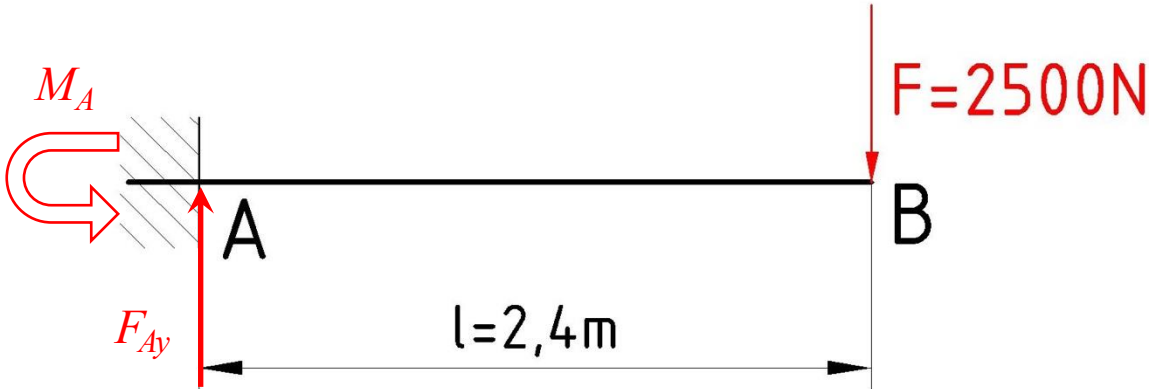


**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok.

$R_m = 420\text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .



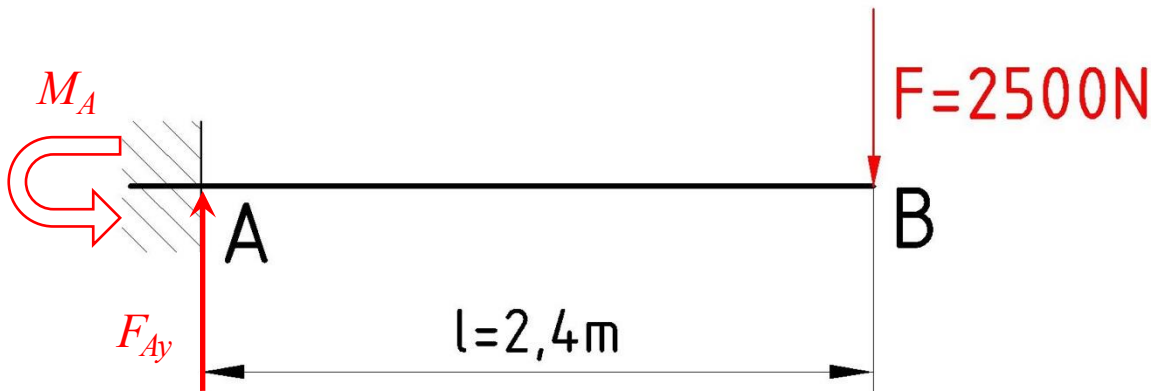
# Méretezés tiszta hajlításra



**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok.

$R_m = 420 \text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

# Méretezés tiszta hajlításra



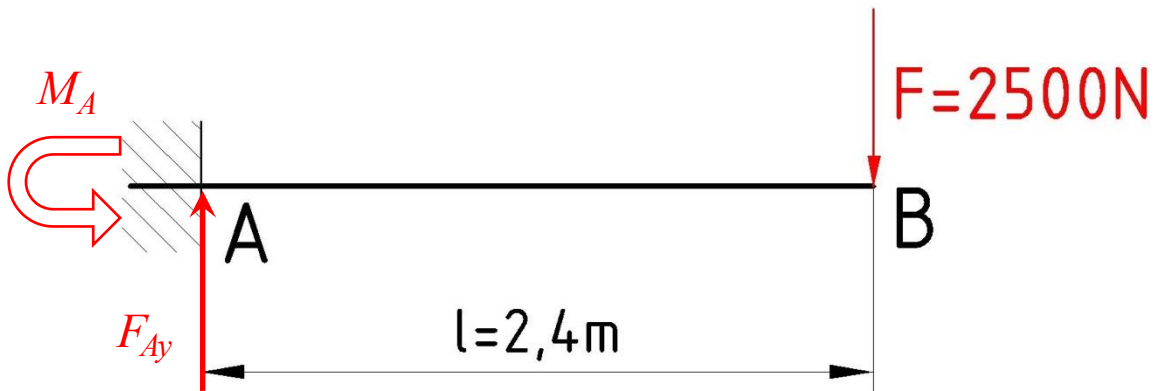
**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok.

$R_m = 420\text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

Támasztóerők és reakciónyomatékok meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ay} - F \Rightarrow F_{Ay} = 2500\text{ N} \uparrow$$

# Méretezés tiszta hajlításra



**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok.

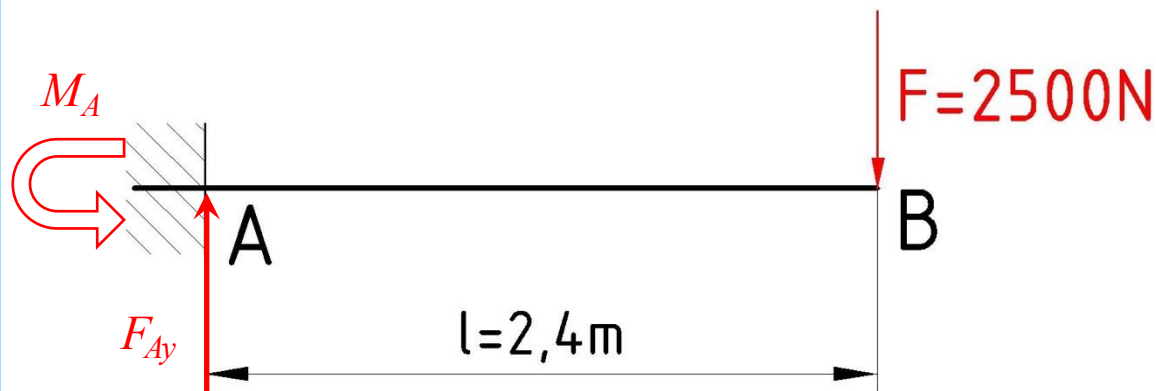
$R_m = 420\text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

Támasztóerők és reakciónyomatékok meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ay} - F \Rightarrow F_{Ay} = 2500\text{ N } \uparrow$$

$$M_a = 0 = M_A - l \cdot F \Rightarrow M_A = 6000\text{ Nm}$$

# Méretezés tiszta hajlításra



**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok, KM: kör.  
 $R_m = 420 \text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

Támasztóerők és reakciónyomatékok meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ay} - F \Rightarrow F_{Ay} = 2500 \text{ N } \uparrow$$

$$M_a = 0 = M_A - l \cdot F \Rightarrow M_A = 6000 \text{ Nm}$$

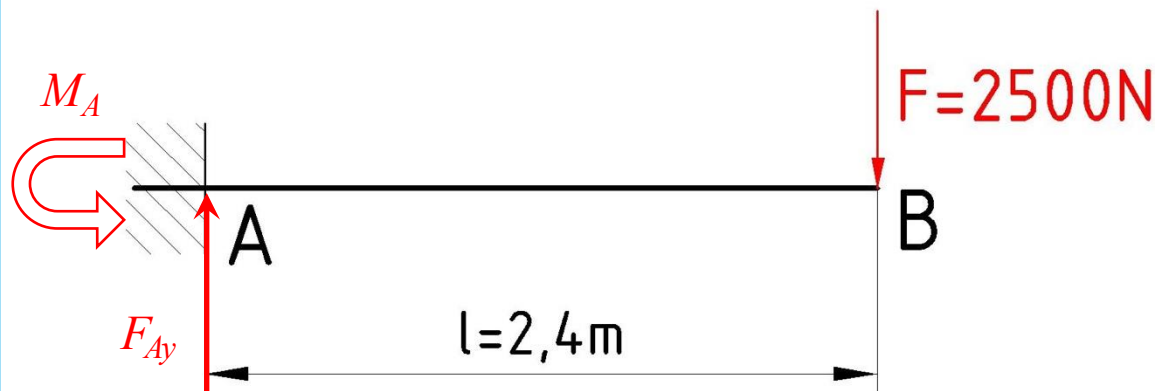
Megengedett feszültség:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = 100 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező

$$\sigma_{meg} = \frac{M}{K_{min}} = \frac{6000 \cdot 10^3}{K_{min}} \Rightarrow K_{min} = \frac{M}{\sigma_{meg}} = 60\,000 \text{ mm}^3$$

# Méretezés tiszta hajlításra



**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok, KM: kör.

$R_m = 420 \text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

Támasztóerők és reakciónyomatékok meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ay} - F \Rightarrow F_{Ay} = 2500 \text{ N } \uparrow$$

$$M_a = 0 = M_A - l \cdot F \Rightarrow M_A = 6000 \text{ Nm}$$

Megengedett feszültség:

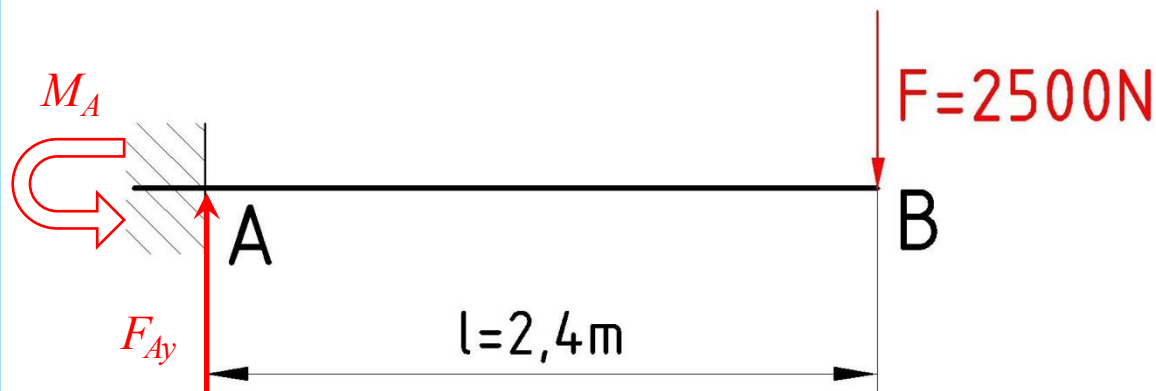
$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = 100 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező

$$\sigma_{meg} = \frac{M}{K_{min}} = \frac{6000 \cdot 10^3}{K_{min}} \Rightarrow K_{min} = \frac{M}{\sigma_{meg}} = 60\,000 \text{ mm}^3$$

Minimális átmérő:  $K_{min} = \frac{d_{min}^2 \pi}{32} \Rightarrow d_{min} = \sqrt{\frac{32 \cdot K_{min}}{\pi}} = 84,86 \text{ mm}$

# Méretezés tiszta hajlításra



**Adott:** a tartó geometriai méretei és a terhelési adatok, KM: kör.

$R_m = 420 \text{ MPa}$ ,  $n = 4,2$ .

Támasztóerők és reakciónyomatékok meghatározása:

$$F_x = 0 = F_{Ay} - F \Rightarrow F_{Ay} = 2500 \text{ N } \uparrow$$

$$M_a = 0 = M_A - l \cdot F \Rightarrow M_A = 6000 \text{ Nm}$$

Megengedett feszültség:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = 100 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező

$$\sigma_{meg} = \frac{M}{K_{min}} = \frac{6000 \cdot 10^3}{K_{min}} \Rightarrow K_{min} = \frac{M}{\sigma_{meg}} = 60\,000 \text{ mm}^3$$

Minimális átmérő:  $K_{min} = \frac{d_{min}^2 \pi}{32} \Rightarrow d_{min} = \sqrt{\frac{32 \cdot K_{min}}{\pi}} = 84,86 \text{ mm} \quad d = 90 \text{ mm}$



# Ellenőrzés tiszta hajlításra

Adott egy kör keresztmetszetű rúd, amelynek átmérője 90 mm.

Megfelel hajlításra a rúd, ha 6 kNM-es hajlítónyomaték terheli, a rúd anyagára a folyáshatár 420 MPa, a biztonsági tényező pedig 4,2?

# Ellenőrzés tiszta hajlításra

Adott egy kör keresztmetszetű rúd, amelynek átmérője 90 mm.

Megfelel hajlításra a rúd, ha 6 kNM-es hajlítónyomaték terheli, a rúd anyagára a folyáshatár 420 MPa, a biztonsági tényező pedig 4,2?

Keresztmetszeti tényező meghatározása

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = 71\,533,125 \text{ mm}^3$$

# Ellenőrzés tiszta hajlításra

Adott egy kör keresztmetszetű rúd, amelynek átmérője 90 mm.

Megfelel hajlításra a rúd, ha 6 kNM-es hajlítónyomaték terheli, a rúd anyagára a folyáshatár 420 MPa, a biztonsági tényező pedig 4,2?

Keresztmetszeti tényező meghatározása

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = 71\,533,125 \text{ mm}^3$$

A redukálódott feszültség meghatározása

$$\sigma = \frac{M}{K} = \frac{6 \cdot 10^6}{71533,125} = 83,87 \text{ MPa}$$

# Ellenőrzés tiszta hajlításra

Adott egy kör keresztmetszetű rúd, amelynek átmérője 90 mm.

Megfelel hajlításra a rúd, ha 6 kNM-es hajlítónyomaték terheli, a rúd anyagára a folyáshatár 420 MPa, a biztonsági tényező pedig 4,2?

Keresztmetszeti tényező meghatározása:

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = 71\,533,125 \text{ mm}^3$$

A redukálódott feszültség meghatározása:

$$\sigma = \frac{M}{K} = \frac{6 \cdot 10^6}{71533,125} = 83,87 \text{ MPa}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_{eH}}{n} = \frac{420}{4,2} = 100 \text{ MPa}$$



# Ellenőrzés tiszta hajlításra

Adott egy kör keresztmetszetű rúd, amelynek átmérője 90 mm.  
Megfelel hajlításra a rúd, ha 6 kNM-es hajlítónyomaték terheli, a rúd anyagára a folyáshatár 420 MPa, a biztonsági tényező pedig 4,2?

Keresztmetszeti tényező meghatározása:

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = 71\,533,125 \text{ mm}^3$$

A redukálódott feszültség meghatározása:

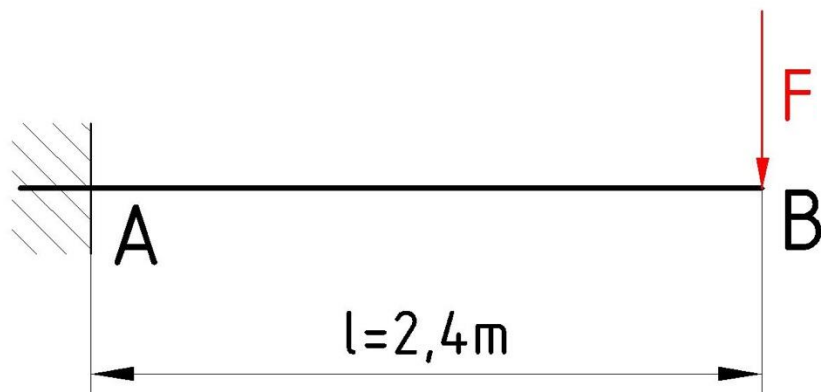
$$\sigma = \frac{M}{K} = \frac{6 \cdot 10^6}{71533,125} = 83,87 \text{ MPa}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_{eH}}{n} = \frac{420}{4,2} = 100 \text{ MPa}$$

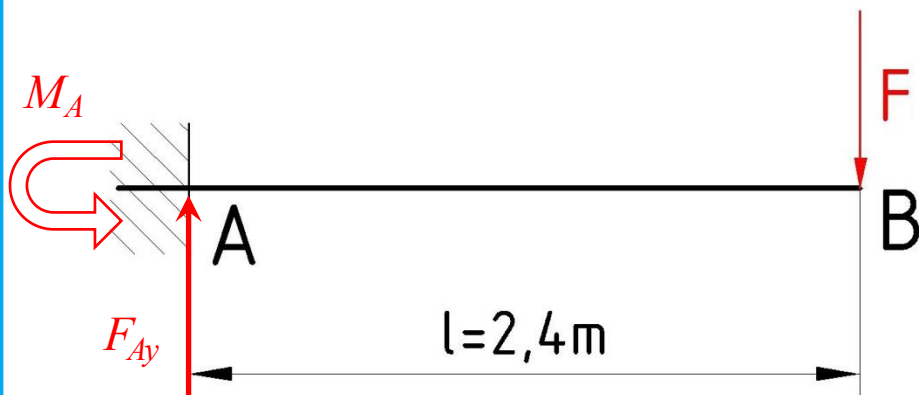
$\sigma_{meg} > \sigma_{red}$   
↓  
A KM megfelel

# Példa teherbírás meghatározására



Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az  $F$  erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

# Példa teherbírás meghatározására



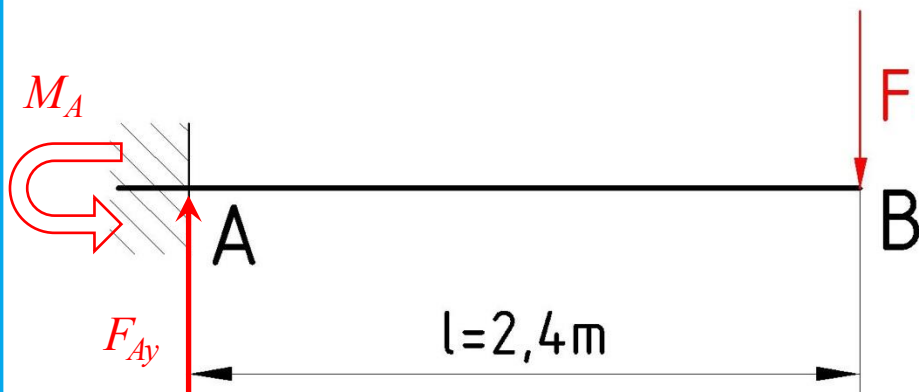
Igénybevétel felírása:

Hajlítás

$$M_A = l \cdot F_{max}$$

Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az  $F$  erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

# Példa teherbírás meghatározására



Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az  $F$  erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

Igénybevétel felírása:

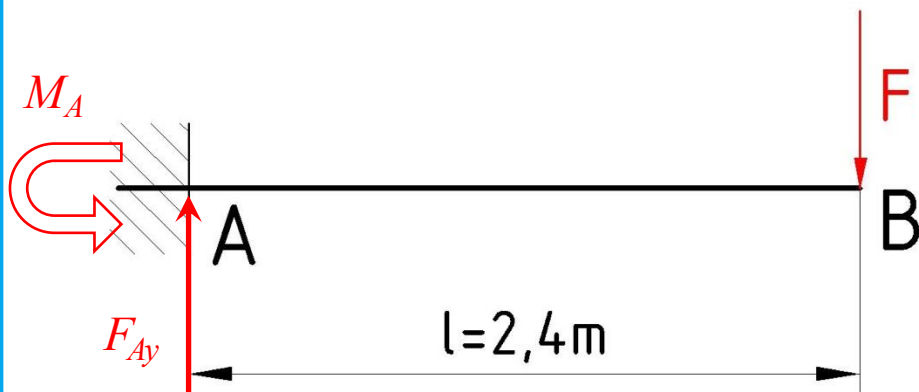
Hajlítás

$$M_A = l \cdot F_{max}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = \frac{350}{1,75} = 200\text{ MPa}$$

# Példa teherbírás meghatározására



Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az  $F$  erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

Igénybevétel felírása:

Hajlítás

$$M_A = l \cdot F_{max}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

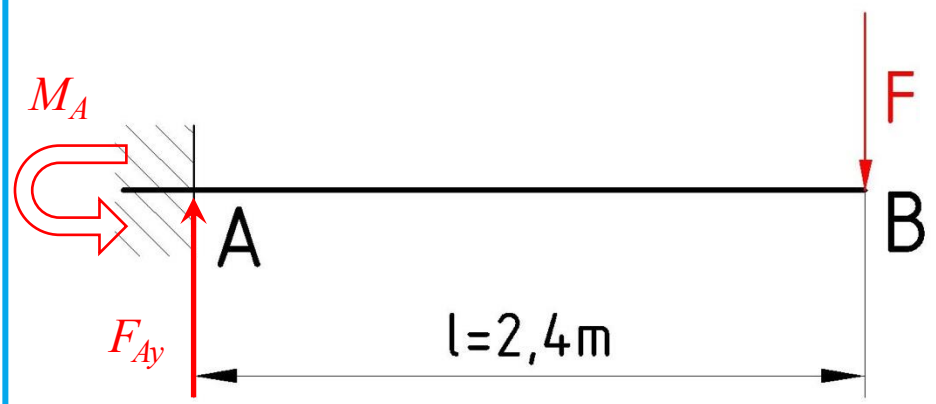
$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = \frac{350}{1,75} = 200 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező meghatározása:

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = \frac{50^3 \pi}{32} = 12\,265,625 \text{ mm}^3$$



# Példa teherbírás meghatározására



Igénybevétel felírása:

Hajlítás

$$M_A = l \cdot F_{max}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = \frac{350}{1,75} = 200 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező meghatározása:

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = \frac{50^3 \pi}{32} = 12\,265,625 \text{ mm}^3$$

Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az F erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

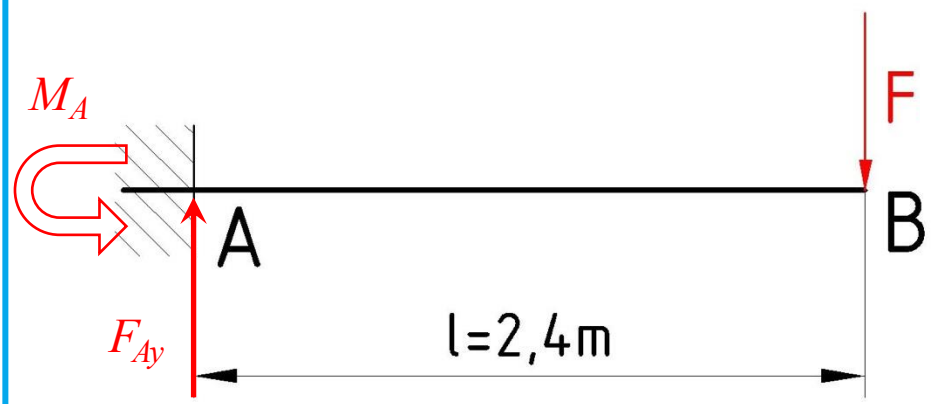
Maximális nyomaték meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{M_{max}}{K}$$

$$\Rightarrow M_{max} = \sigma_{meg} \cdot K = 200 \cdot 12265,625 = 2\,453\,125 \text{ Nmm}$$



# Példa teherbírás meghatározására



Igénybevétel felírása:

Hajlítás

$$M_A = l \cdot F_{max}$$

Megengedett feszültség meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_m}{n} = \frac{350}{1,75} = 200 \text{ MPa}$$

Keresztmetszeti tényező meghatározása:

$$K = \frac{d^3 \pi}{32} = \frac{50^3 \pi}{32} = 12\,265,625 \text{ mm}^3$$

Adott az ábrán látható tartó. Határozza meg, hogy mekkora lehet az F erő maximális értéke, ha a rúd átmérője 50 mm anyagának szakítószilárdsága 350 MPa, a biztonsági tényező pedig 1,75.

Maximális nyomaték meghatározása:

$$\sigma_{meg} = \frac{M_{max}}{K}$$

$$\Rightarrow M_{max} = \sigma_{meg} \cdot K = 200 \cdot 12265,625 = 2\,453\,125 \text{ Nmm}$$

Maximális erő meghatározása:

$$M_{max} = M_A = l \cdot F_{max} \Rightarrow F_{max} = \frac{M_{max}}{l} =$$

$$= \frac{2\,453\,125}{2,4 \cdot 10^3} = 1\,022,13 \text{ N}$$